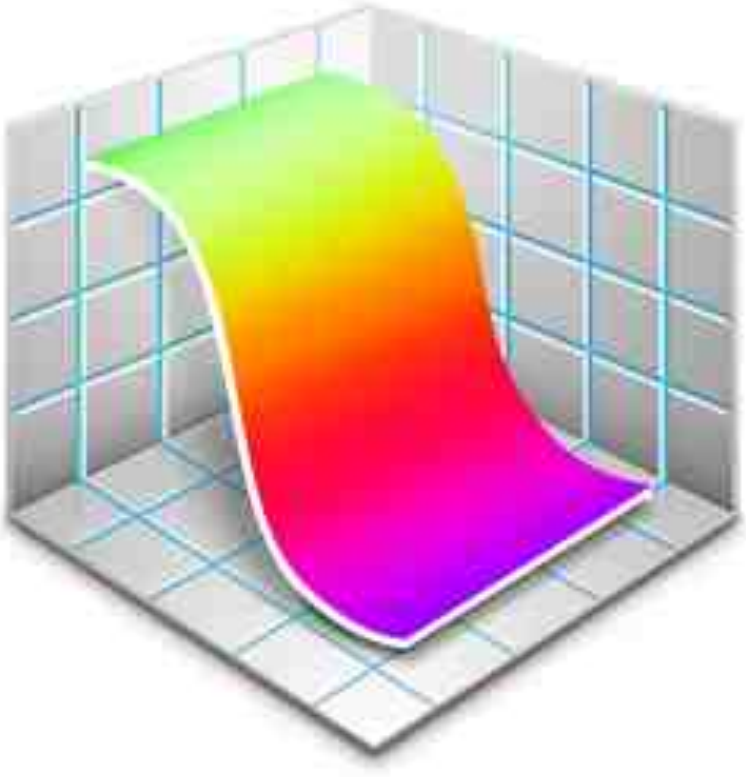
Mode d’emploi



Grapher

Versions 1.1 2.0 2.1
2.2 2.3 2.5

**(et Curvus Pro X 1.3.2
pour mémoire)**

(suivi d’une liste des bugs et de leurs parades)

« Quand tout le reste a échoué, lisez le mode d’emploi. »

Édition du 16 avril 2014

Sommaire

page

Vue d'ensemble de Grapher
- Généralités 4
- Interface utilisateur intuitive 4
- Inspecteurs 5
- Syntaxe intuitive....5
- Animations 6
- Vue 3D 7
- Exportez vos créations 7
- Menus contextuels....7

Initiation
- Leçon 1 : Créer un document 8
- Leçon 2 : Personnaliser la présentation d'un document 11
- Leçon 3 : Créer une animation (Animation de paramètre)....15
- Leçon 4 : Équations différentielles....20
- Leçon 5 : Créer une animation (Création d'animation) en 2D et 3D....27
- Leçon 6 : Traiter un ensemble de points (Courbe de régression)....31

Systèmes de coordonnées de Grapher
- Coordonnées 2D....38
- Coordonnées 3D....39

Expressions
- Règles générales de syntaxe des expressions 41
- Courbes 43
- Surfaces....43
- Champs 44
- Résolutions d'inégalités 44
- Expressions constantes....44
- Définitions des fonctions....45
- Données des ensembles de points....45
- Intégrales et dérivées 46
- Somme, produit, factoriel, coefficient binomial, arrondis, modulo, itération....47
- Matrices et déterminants 47
- Équations différentielles....47
- Suites....48
- Signal « Erreur de syntaxe » 48

Utiliser l'éditeur d'équation
- Ouvrir de nouvelles lignes dans la liste des équations 49
- Sources des signes et symboles 49
- Commentaires entrés par l'éditeur d'équations 50
- Navigation dans l'éditeur d'équations 50
- Exporter une équation 50
- **Raccourcis clavier de l'éditeur d'équations**....51
- **Définitions intégrées** 53

Calculs (évaluations) numériques
Évaluation numérique d'une expression constante 55
Évaluation numérique des fonctions....55
Évaluation numérique des champs....56
Évaluation numérique des suites....57
Évaluation numérique des ensembles de points 57
Précision des calculs 57

Préparation, présentation, enregistrement et exportation du document
Ouverture d'un nouveau document 59
Formats des axes, grilles et cadre du graphe....59
Personnalisation des courbes, surfaces et points 60
Ajout d'objets sur le graphe en 2D....60
Graphes 3D : perspective et options de présentation....61
Autres utilisations....61
Informations à noter avant enregistrement (2D) 62
Enregistrement, exportation, modèles 62

Les bugs de Grapher
Un peu d'histoire 63
Les bugs de Grapher et leurs remèdes 63

Annexes
Annexe 1. Ensembles de points : du tableur à Grapher 69
Annexe 2. Adaptation de la leçon 4 à Grapher 2.0 70
Annexe 3. Calculs avec les nombres complexes 71
Annexe 4. Expressions indicées....73
Annexe 5. Matrices et déterminants : solutions d'équations linéaires 74
Annexe 6. Syntaxe des expressions : compléments 75
Annexe 7. Surfaces de révolution à partir d'une courbe 2D 77
Annexe 8. Conversion des fichiers Curvus Pro X (.cpx) en Grapher (.gcx)....78
Annexe 9. Les matrices dans Grapher 79

Malgré ses bugs (qui ont des remèdes), Grapher est un logiciel remarquable qui devrait vous séduire. Je vous souhaite dans son utilisation autant de plaisir que j'en ai éprouvé.

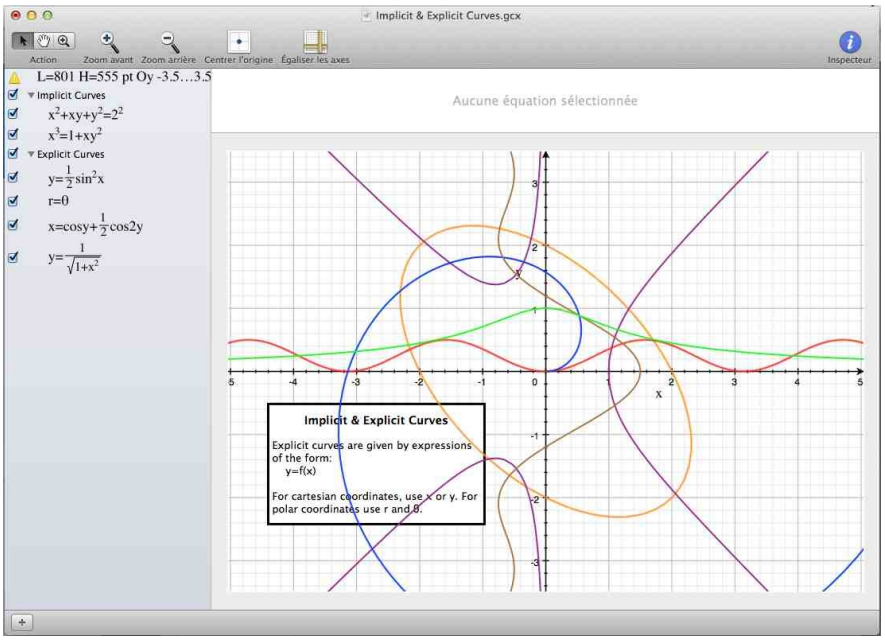
Yves Barois

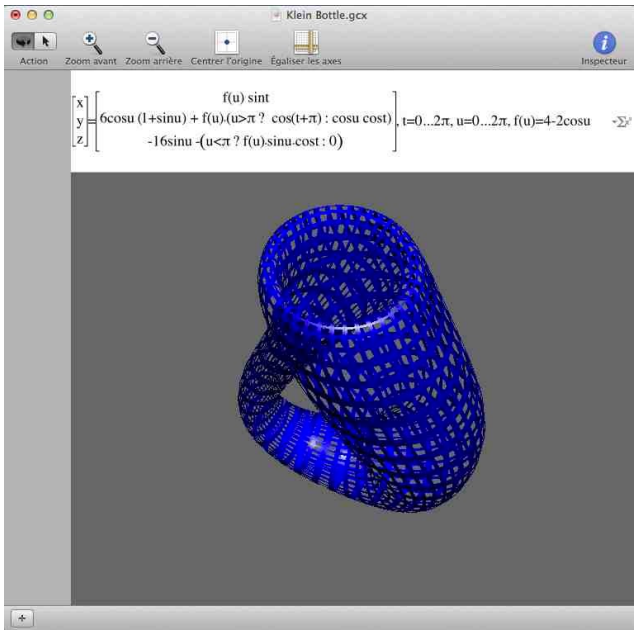
Ce mode d'emploi (versions française et anglaise), la documentation en anglais sur Internet, des travaux divers construits avec Grapher sont accessibles sur :

<http://y.barois.free.fr/grapher/>

Vue d’ensemble de Grapher

Généralités.





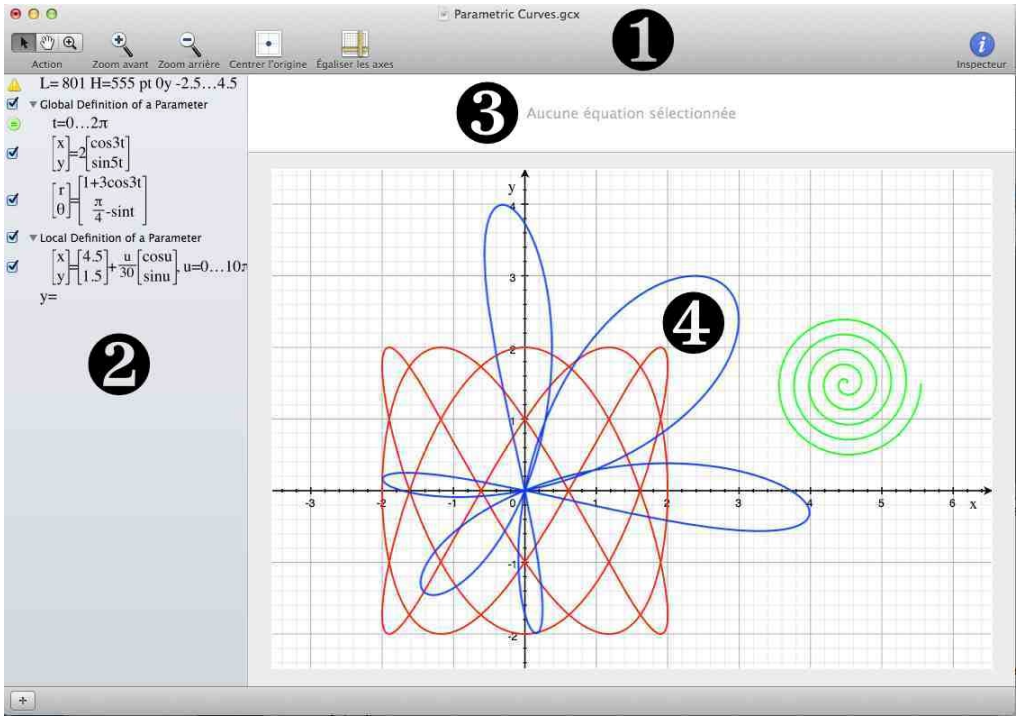
Grapher est un logiciel de représentation graphique d’équations conçu spécialement pour Mac OS X. Il peut représenter les relations mathématiques suivantes :

- Équations explicites ou implicites
- Courbes et surfaces paramétriques
- Solutions d’équations différentielles
- Suites discrètes
- Champs scalaires et vectoriels
- Inégalités et équations booléennes
- Ensembles de points

Grapher offre une interface conviviale permettant de créer rapidement des graphes de qualité professionnelle. De plus il possède des outils supplémentaires tels que :

- Évaluation et intégration
- Animation
- Courbes de régression
- etc.

Interface utilisateur intuitive.



Barre d'outils : ❶.

Utilisez la barre d'outils pour sélectionner l'action du curseur, changer les limites du cadre, montrer les inspecteurs, etc.

Pour personnaliser la barre d'outils : **menu Présentation > Personnaliser la barre d'outils...**

Liste des équations : ❷.

Elle montre la liste de toutes les expressions mathématiques ou de texte entrés par l'éditeur d'équations, des groupes et des ensembles de points.

Pour ajouter une nouvelle ligne : **menu > Équation > Nouveau** ou les raccourcis clavier correspondants ou mieux, le **bouton [+]** au pied de cette liste.

L'ordre de ces expressions peut être remanié de façon arbitraire par simple **glisser-déposer.**

Éditeur d'équations : ❸.

Entrer ou modifier ici la formule correspondant à la ligne sélectionnée dans la liste des équations ❷.

Graphe : ❹ (élément le plus important du document Grapher).

Vue du document courant, (graphes, marges, objets ajoutés) tel qu'il sera exporté, imprimé ou copié sous format TIFF...

Pour insérer un objet : **menu Objet > Insérer un(e) ...** On peut faire apparaître le point d'insertion de texte dans les rectangles et formes ovales et dans le champ créé par **Insérer un texte.**

Pour insérer une équation : la sélectionner en ❷ puis en ❸ et la transférer par **glisser-déposer.**

Même procédé pour afficher sur le graphe le paramètre d'une animation.

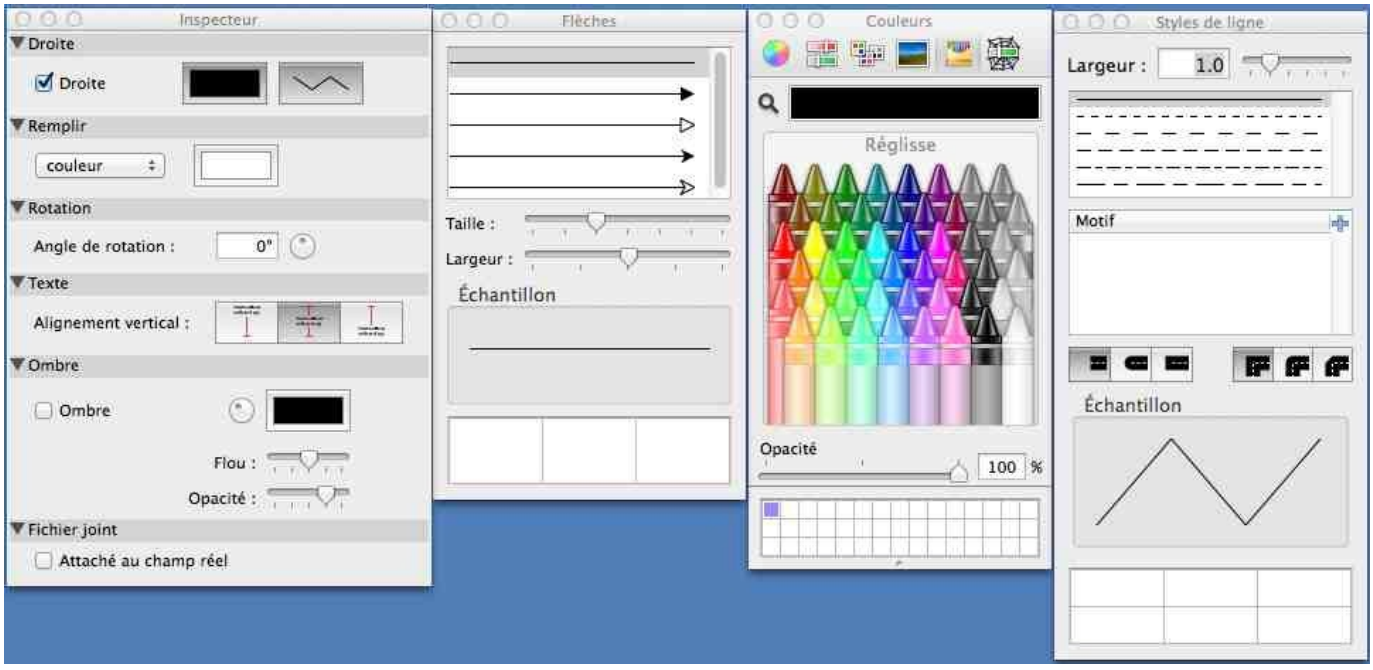
Pour régler le type de graphe, sa taille, les marges, axes, etc utilisez : **menu Fichier > Format d'impression ou Imprimer**, **menu Format** et **menu Présentation > toutes rubriques.**

Inspecteurs.

Pour modifier les différentes propriétés d'un élément du graphe (axe, cadre, courbe, objet ajouté, etc.) telles que :

- couleur
- épaisseur du trait
- rotation d'un objet texte
- etc.

sélectionnez-le (**clic sur l'élément ou par le menu Format > Axes et grilles…**) et utilisez la fenêtre de l'inspecteur dont voici un exemple accompagné des fenêtres secondaires qu'elle peut utiliser :



Afficher la fenêtre de l'inspecteur : **bouton de la barre d'outils**, ou **menu Fenêtre > Afficher l'inspecteur**.

Syntaxe intuitive.

Généralités.

Entrez simplement n'importe quelle équation telle que vous la trouvez dans les livres, et Grapher la représentera pour vous !

On trouvera dans ce chapitre un premier aperçu des expressions possibles ; une vue plus complète est l'objet du chapitre « Expressions ».

Voici quelques exemples d'expressions :

$y = \sin x$	graphe défini par une équation explicite,
$x^2 + y^2 = 2^2$	implicite,
$r = \theta$	en coordonnées polaires.

Opérateurs, caractères spéciaux : **menu Fenêtre > Afficher la palette d'équation** ou ⇧⌘**E** ou **bouton** ▾**Σx²** en ❸.

Définitions de constantes et de fonctions.

Pour définir une constante ou une fonction, créez simplement la définition avec l'expression correspondante.

Exemples :	$k = 2$	définition d'une constante
	$f(t) = 1 + t^2$	définition d'une fonction

Ces définitions peuvent être aussi ajoutées après l'expression d'une équation de graphe, séparées par une virgule :

$y = \sin kx, k = 2$

Notez que dans tous les cas le signe « = » peut être remplacé par « := ».

Fonctions définies par morceaux.

Elles peuvent être définies de plusieurs manières. Le plus simple : (⇧⌘**E) > Palette d'équation > Opérateurs > utiliser le bouton :**

$\begin{cases} \square\ x<0 \\ \square\ x=0 \\ \square\ x>0 \end{cases}$ pour entrer une expression du type : $y = \begin{cases} \sqrt{1+x^2} & x<0 \\ \cos^2 x & x>0 \end{cases}$ ou $y = \begin{cases} x<-1 & -2x \\ x<1 & 1+x^2 \\ x>1 & 3-x^2 \end{cases}$

Il existe aussi une syntaxe raccourcie : $y = x > 1\ ?\ f(x)$ ou $y = x > 1\ :\ f(x)$ pour définir y pour $x > 1$

Notez que y n'est pas défini pour tout x. Pour ajouter une condition alternative, ajouter un terme séparé par « : », exemple :

$y = x > 0\ ?\ x\ :\ -x$

Expressions et paramètres à valeurs multiples.

Vous pouvez entrer un paramètre ou une fonction à valeurs multiples en utilisant les accolades « { } » :

$k = \{1, 2, 3\}$; $y = \{\cos x, \sin x, \tan x\}$; $y = x^2 + kx, k = \{1, -1, 5, -5\}$; $y = \{-1, 1\} + e^{\{x, -x\}}$

Vous pouvez utiliser le symbole « ... » pour définir un domaine de valeurs :

$k = \{1 \ldots 5\}$ *k* varie de 1 à 5 par pas de 1 ; $k = \{1, 1{,}2 \ldots 2\}$ *k* varie de 1 à 2 par pas de 0,2.

Animations.

Animation de paramètre.

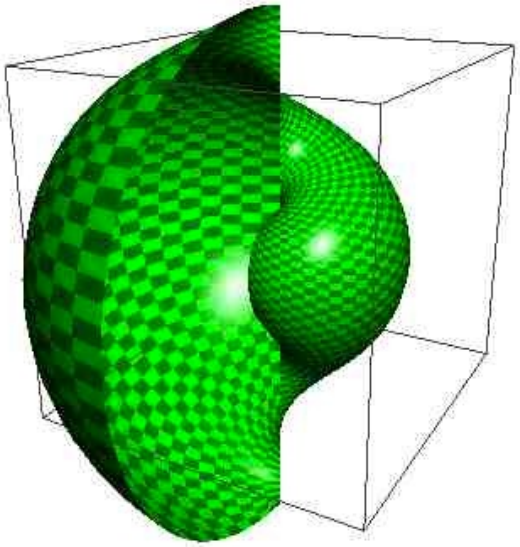
Pour animer la valeur d'un paramètre (défini par une expression comme « k = 1 »), sélectionnez-le dans la liste des équations et commandez **menu Équation > Animation de paramètre**. Apparaît alors sous la barre d'outils :

Animation QuickTime.

Cocher l'équation choisie, ne rien sélectionner puis **menu Équation > Création d'animation... > réglages > Créer l'animation > Enregistrement :** on obtient un fichier .mov qui s'ouvre dans QuickTime.

Vue 3D.

Avec Grapher vous pouvez aussi tracer des graphes en 3D : **menu Fichier > Nouveau > Nouvelle courbe > Courbe 3D** ou **menu Présentation > Passer en affichage 3D** ou encore ⌥⌘**3** au clavier. Exemple :
Entrer r = theta + phi qui se change automatiquement en r = θ + ϕ pour obtenir le graphe suivant :



Pour changer l'angle de vue, cliquer sur la vue 3D et tirer la souris en pressant l'une des touches suivantes :

- aucune : Tourner (2 axes de rotation dans le plan de l'écran) ;
- ⌥ (option) : Tourner (axe de rotation perpendiculaire à l'écran) ;
- ⇧ (majuscules) : Agrandir / Réduire ;
- ⌘ (commande) : Déplacer.

Exporter vos créations.

Copier & coller.

Pour copier l'image du graphe, choisissez **menu Édition > Copier sous format > sélectionnez TIFF ou PDF ou EPS** ; vous pourrez ensuite la coller sur la page de travail d'un autre logiciel.

Exporter.

Pour exporter l'image du graphe, **menu Fichier > Exporter > sélectionnez PDF ou EPS ou TIFF ou JPEG, la résolution** dans ces deux derniers cas et le **taux de compression** JPEG.

Menus contextuels.

Clic droit ou ctrl + clic gauche sur un objet peut ouvrir un menu contextuel. Par exemple, sur une équation, il vous est proposé :

- Copier sous format TIFF ou PDF ou EPS ou Texte,
- Copier l'expression LaTeX.

Initiation

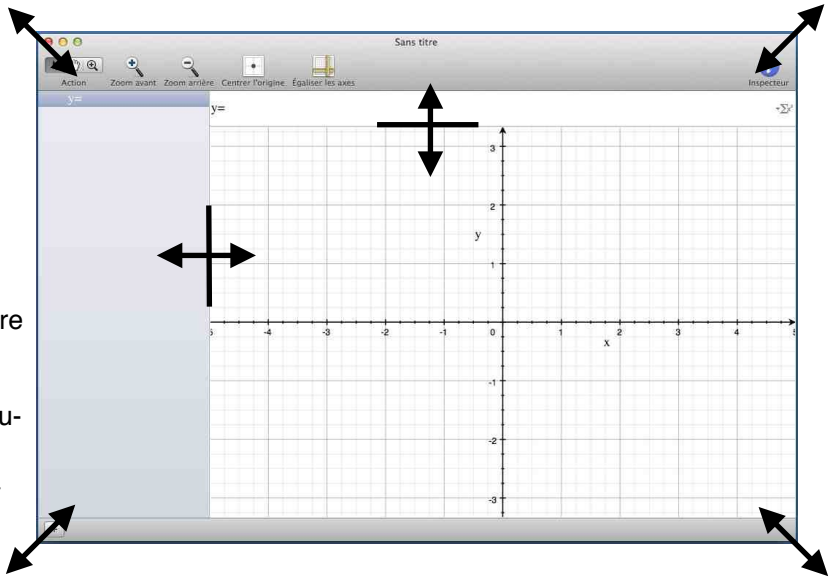
Leçon 1 : Créer un document.

Dans cette leçon, vous apprendrez à créer un document 2D et comment représenter une série de fonctions de Bessel. Vous apprendrez aussi comment inclure une légende et comment changer les attributs de différents objets.

Ouvrir la fenêtre de Grapher.

— Méthode 1 : **Lancer Grapher > fenêtre Nouvelle courbe > Courbe 2D > Choisir le modèle > Sélectionner** ;
— Méthode 2 : Grapher étant en fonction > **menu Fichier > Nouveau… > fenêtre Nouvelle courbe > Courbe 2D > Choisir le modèle > Sélectionner** ; ou raccourci clavier ⌘**N > fenêtre Nouvelle courbe > etc.** ;
— Méthode 3 : Grapher étant en fonction > **menu Fichier > Ouvrir… ou Ouvrir l'élément récent > choisir etc.** ;
— Méthode 4 : **Double cliquer sur l'icône d'un fichier GCX (.gcx) de Grapher** ;
— Méthode 5 : **Menu Exemples > Cliquer un exemple 2D**.

On prend ici la méthode 1 avec le modèle « Default ».



Mise en place de la fenêtre.

Placer la fenêtre convenablement sur l'écran.

Pour modifier la fenêtre approximativement :
— bouton vert du coin supérieur gauche : plein-écran / taille normale ;
— poignées de commande aux quatre coins de la fenêtre : ne joue que sur la dimension du graphe ;
— poignée de commande intérieure haute : modifie la hauteur de l'éditeur d'équation en gardant constante la hauteur totale de la fenêtre ;
— poignée de commande intérieure gauche : modifie la largeur de la liste des équations en gardant constante la largeur totale de la fenêtre.
Voir descriptions et remèdes des bugs nr. 1 et 2.

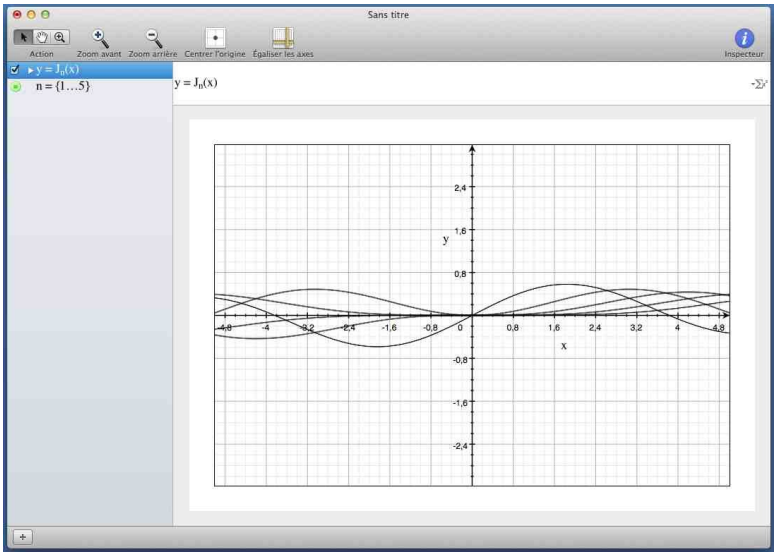
Réglage précis de la taille et des marges du graphe.00

— Méthode 1 : **Menu Format > Disposition > Taille > Personnalisée > entrer largeur et hauteur** avec les unités de longueur autorisées ; **entrer les marges du graphe** qui s'ajoutent à celles de l'imprimante ;
— Méthode 2 . Taille maximum sur feuille A4 (selon essais avec votre installation) :
- **Menu Format > Disposition > Taille > Personnalisée > entrer L=801 (555) pt et H= 555 (801) pt (unité : point) ;**
- **Menu Format > Disposition > Marges > entrer les marges du graphe** qui s'ajoutent à celles de l'imprimante ;
- **Menu Fichier > Format d'impression > A4, Paysage (ou Portrait), 100 %.**

Notez largeur et hauteur du graphe : **Voir description et remède du bug nr. 3.**

On a choisi ici la taille maximum obtenue avec Grapher 2.5 sur feuille A4 (méthode 2), « Courbe 2D > Margins », valeurs des marges par défaut.
Pour imprimer : A4, Paysage, échelle 100 %.

On a noté : L = 801 pt
H = 555 pt



Vue ci-contre de la fenêtre de Grapher 2.5 après les réglages précédents et entrée des deux équations.

Entrée des équations.

Pour dessiner les fonctions de Bessel, deux équations doivent être créées : l'équation de ces fonctions et celle donnant les valeurs des indices.

— **Cliquez le bouton [+] > menu** au pied de la liste des équations et entrez la suivante : **$y = J_n(x)$**
et pour cela tapez au clavier successivement : ⇧J ensemble, ⇧— ensemble, n, touche flèche droite, parenthèse gauche, lettre x, en principe y= est déjà affiché.

Pressez la touche Retour, l'équation s'affiche dans la liste avec un signal « Danger » signalant une erreur de syntaxe car la variable n de l'indice n'est pas encore déclarée. Un clic sur le triangle « Danger » ouvre une fenêtre pop-up « Erreur de syntaxe » : cliquez OK et ignorez.

— Pour les valeurs de l'indice, appelez une nouvelle équation par une de ces procédures :
- **Cliquez le bouton [+] > menu Nouvelle équation, au pied de la liste des équations,**
- **Menu Équation > Nouvelle équation,**
- Tapez le **raccourci clavier ⌥⌘N,**

effacez « y= » de l'éditeur d'équations, et entrez l'une des formules suivantes pour définir l'indice n (entiers de 0 à 5) :

n = {0…5} ou n = {0, …, 5} ou n = {0, …5} ou n = {0, … 5} ou n = {0, 1, …5} ou n = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

Touche Retour, la première équation ne présente plus d'erreur de syntaxe et les six courbes s'affichent sur le graphe.

Pour supprimer une équation de la liste **(non utilisée ailleurs)**, la sélectionner en la cliquant, puis touche Retour arrière.

Les outils : Réglage grossier des limites du cadre (minima et maxima des abscisses et ordonnées).

Les outils sont accessibles par la **barre d'outils**, le **menu Présentation**, et des raccourcis clavier pour cinq d'entre eux.

De gauche à droite : — **Flèche ou ⌘1 : outil de sélection ;**
— **Main ou ⌘2 : outil de déplacement** du graphe par glisser-déposer ;
— **Loupe ⊕ ou ⌘3 : outil de réduction / agrandissement.** Le sélectionner, le placer sur le graphe au point choisi pour rester fixe dans la fenêtre ; 1 clic, grossissement multiplié par 2 ; 1 clic avec ⌥, grossissement divisé par 2 ;

— **Bouton Zoom avant (Loupe Agrandir) : 1 clic ou ⌘+**, grossissement du graphe multiplié par 2 ;
— **Bouton Zoom arrière (Loupe Réduire) : 1 clic ou ⌘-,** grossissement du graphe divisé par 2 ;
— **Bouton Centrer l'origine : 1 clic** ramène l'origine des axes au centre du graphe ;
— **Bouton Égaliser les axes : 1 clic** rend l'échelle des ordonnées égale à celle des abscisses,
1 clic avec ⌥ rend l'échelle des abscisses égale à celle des ordonnées.

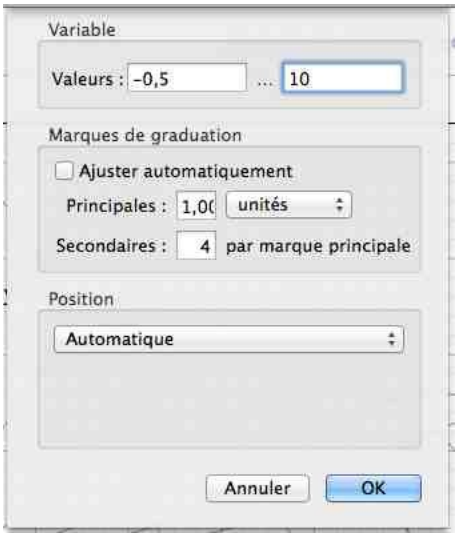
Utilisez ces moyens pour le graphe en cours de réalisation dans cette leçon.

Réglage fin des limites du cadre.

— Méthode 1 : **Menu Présentation > Limites du cadre... > entrez x** de -0,5 à 10, y de -0,5 à 1,1 puis OK dans la fenêtre pop-up de la figure ci-contre.

— Méthode 2 : **Menu Format > Axes et grilles… > sélectionnez Axe des abscisses > Modifier… > entrez les valeurs minimum et maximum** pour les abscisses,

> ajustez la graduation,
> choississez la position de l'axe > OK.



Utilisez la même procédure pour l'axe des ordonnées.

Notez les valeurs minimum et maximum des ordonnées : **voir description et remèdes des bugs nr. 1 et 2.**

ici on note : Oy : -0,5…1,1

Modifier l'apparence des courbes.

Avec l'inspecteur :

Pour afficher ou effacer l'inspecteur : **Bouton bleu Inspecteur** de la barre d'outils, ou **menu Fenêtre > Afficher les inspecteurs.**

Sélectionnez une ou plusieurs courbes soit sur le graphe soit dans la liste des équations, et réglez dans la fenêtre de l'inspecteur l'épaisseur et la couleur du trait, la résolution (conditionne l'encombrement du fichier sauvegardé).

Avec le **menu Format > Recolorer les courbes sélectionnées... :**

Sélectionnez toutes les courbes en cliquant sur l'équation (on peut le faire sur le graphe en cliquant chaque courbe avec la touche Majuscule appuyée) > choisissez un gradient prédéfini > OK.

On obtient par cette méthode rapide une couleur différente pour chaque courbe.

Ajout d'objets sur le graphe.

On va placer sur le graphe une légende : texte dans un cadre. Pour cela :

Menu Objet > Insérer un rectangle > le placer à la position voulue **avec la souris > double-cliquez dans le rectangle pour éditer le texte choisi.**

Pour changer de police ou de mise en page : **menu Format > Police etc., Texte etc.** et raccourci clavier ⌘**T** .

Sélectionnez le rectangle > Bouton bleu Inspecteur > ajoutez une ombre et autres réglages.

Cmplément d'informations.

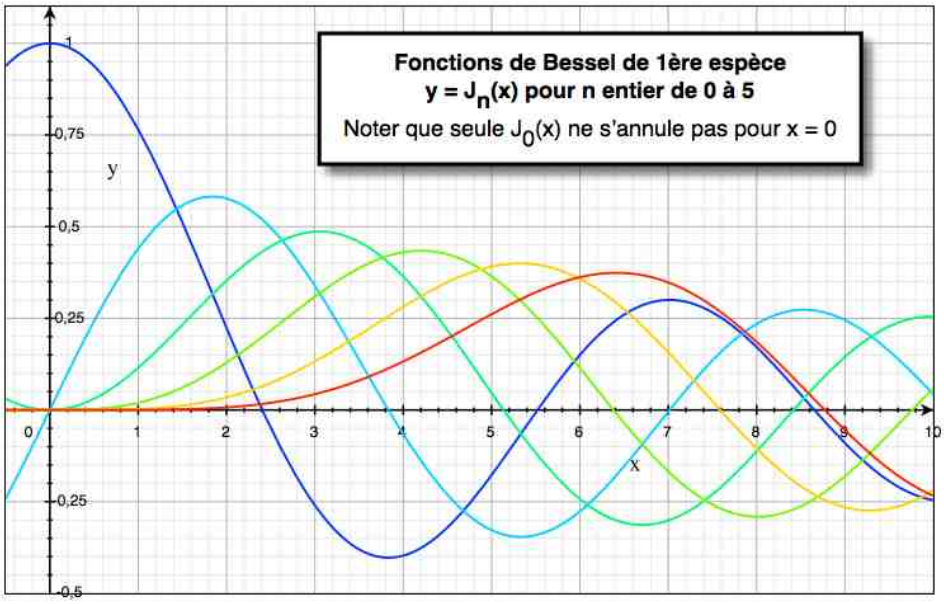
Ajoutez dans la liste des équations (Cf. bugs nr. 1 et 2) le texte suivant :

« L=801 H= 555 pt Oy -0,5…1,1 »

ce qui permettra à la réouverture du document sauvegardé de la remettre dans sa configuration originale.

Enregistrez votre document :

Menu > Fichier > Enregistrer sous… > titre, etc.



Félicitations ! Vous avez créé votre premier document avec Grapher.

Leçon 2 : Personnaliser la présentation d'un document.

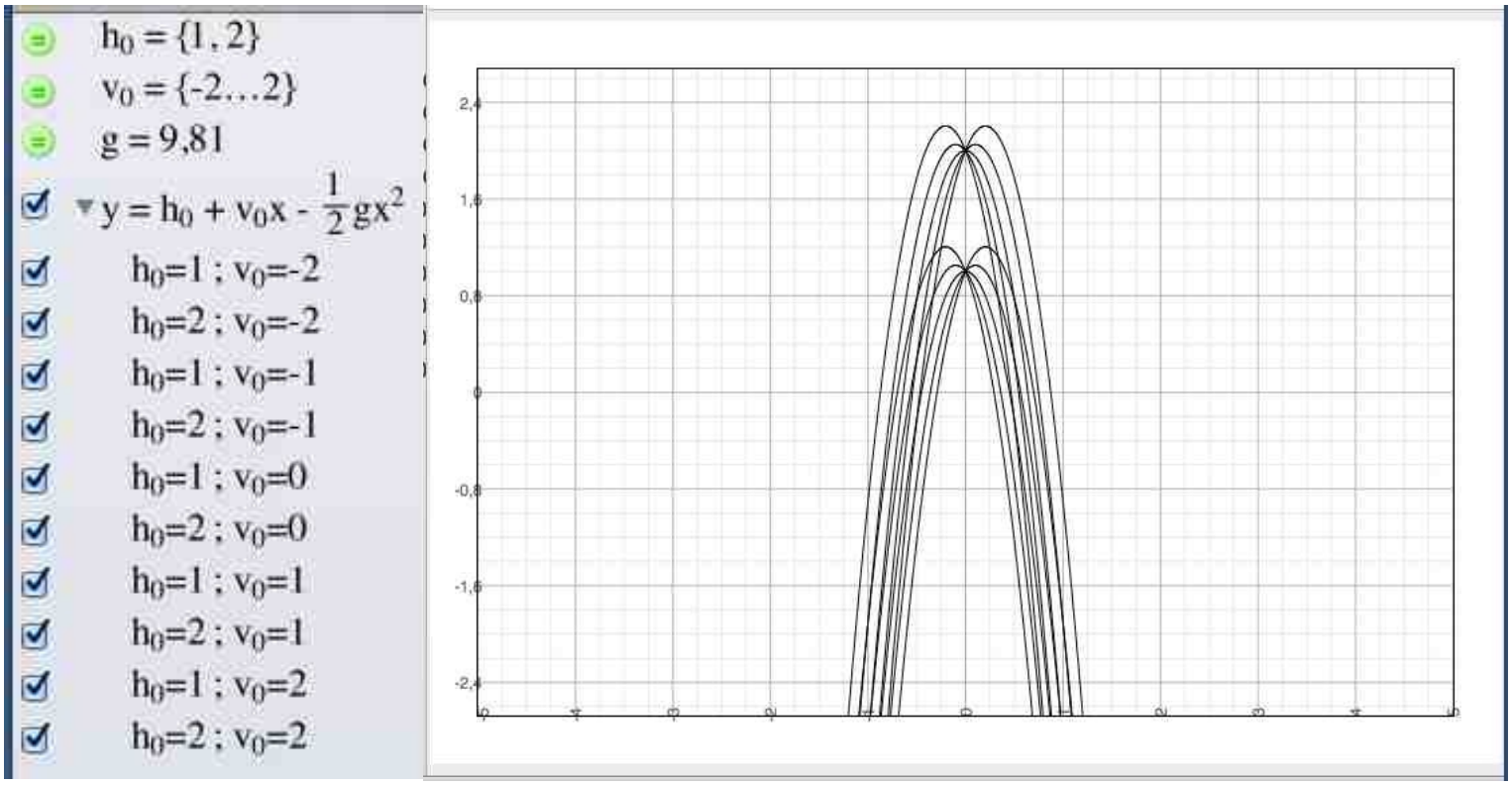
Dans cette leçon, vous aller apprendre comment modifier différents paramètres relatifs à la présentation d'un document.

Considérons le problème de cinématique suivant : au temps t = 0, on lance un objet d'une altitude h_0, avec une vitesse initiale verticale v_0 ; on veut tracer le graphe donnant l'altitude de l'objet (en ordonnée) en fonction du temps (en abscisse).
t, temps en s ≥ 0 ; h_0, altitude initiale = 1 et 2 m ; h, altitude à l'instant t ; v_0 , vitesse initiale + vers le haut, - vers le bas, valeurs -2, -1, 0, 1, 2 m/s. L'équation du graphe est :

$h = h_0 + v_0t - 1/2gt^2$ avec g = 9,81 m/s² Grapher n'admet que x, y comme noms de coordonnées cartésiennes, d'où les expressions à utiliser :

$h_0 = \{1, 2\}$
$v_0 = \{-2...2\}$
$g = 9,81$
$y = h_0 + v_0 x - 1/2\ g\ x^2$

Ouvrez un nouveau document 2D modèle « Classic » ; réglez à la taille maximum format A4 Paysage ; notez les dimensions, ici « L = 801 H = 555 pt » ; entrez les quatre équations ; le résultat est :



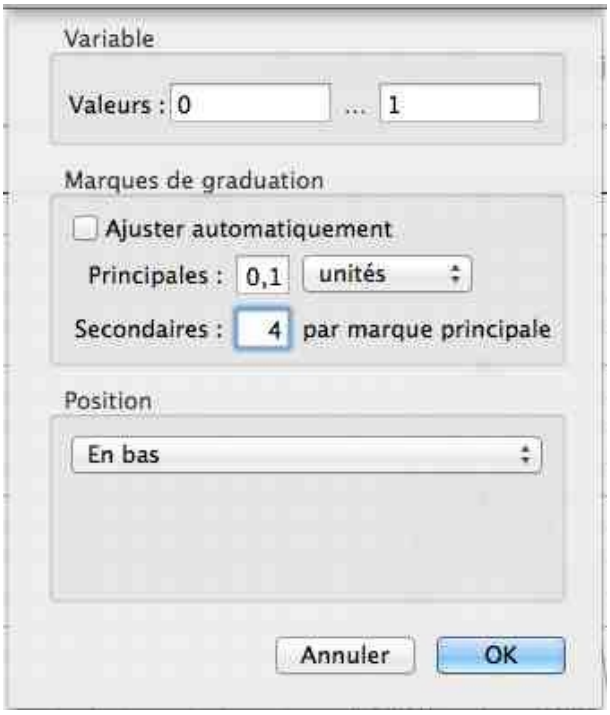
Réglages des axes et des limites du cadre.

Menu Format > Axes et grilles… > sélectionnez Axe des abscisses > Modifier… > entrez les valeurs minimum et maximum désirées pour les abscisses, ajustez la graduation, choisissez la position de l'axe, comme le montre la vue ci-contre :

On aurait pu passer par le menu Présentation > Limites du cadre..., mais il n'offre pas tous les réglages nécessaires.

Appliquez la même procédure pour l'axe des ordonnées et notez les valeurs maximum et minimum sur Oy, « Oy 0… 3 » **(cf. bugs nr. 1 et 2)**.

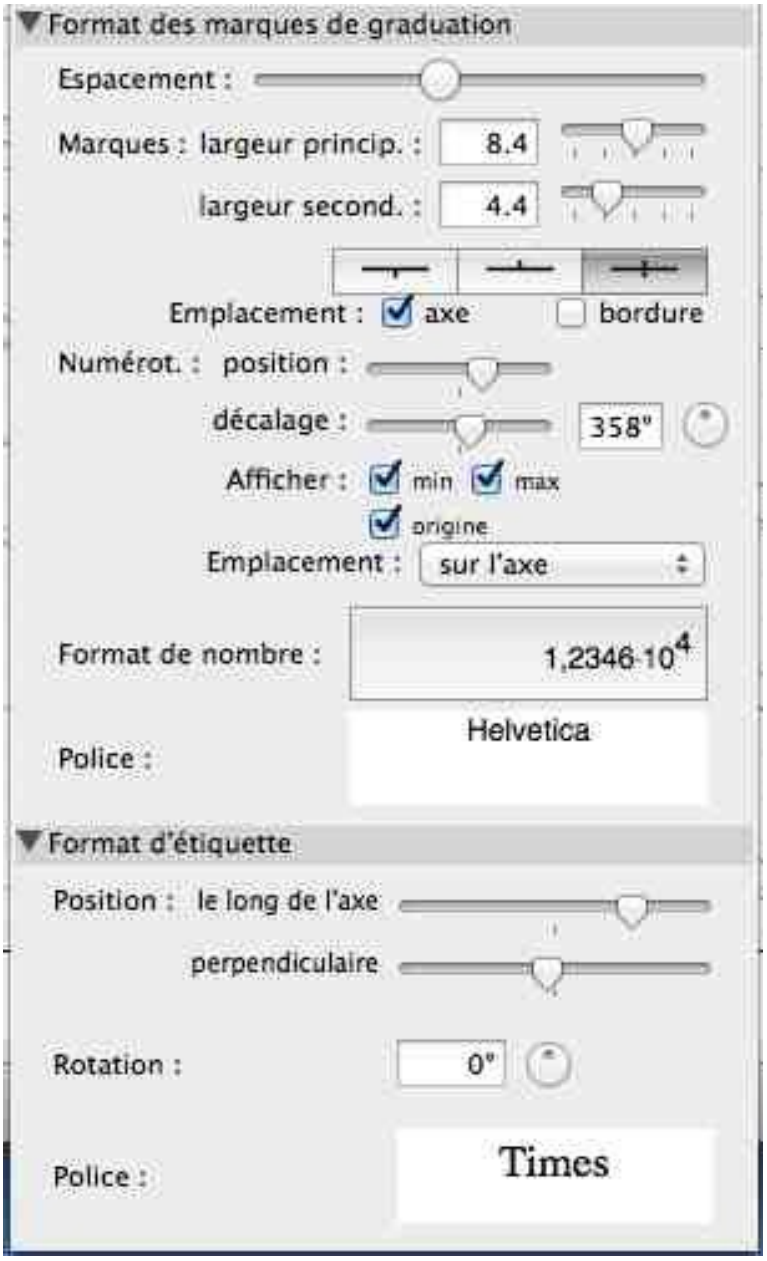
Un clic sur un axe le sélectionne, prêt pour appeler son inspecteur.
Un double-clic le sélectionne et ouvre la fenêtre de réglage de son échelle et de sa position (qui est montrée ici).



Revenons à l'axe Ox, après avoir cliqué OK dans la fenêtre montrée ci-contre, cet axe est sélectionné, ce qui permet d'appeler son inspecteur pour choisir les options suivantes.

Personnalisation des axes.

Profitez du fait que l'axe traité ci-dessus est sélectionné et appelez son **inspecteur** en cliquant le **bouton bleu de la barre d'outils**. Essayez les nombreuses options visibles sur les vues suivantes et terminez avec celles qui y sont affichées :



Couleur, épaisseur du trait, flèches et leurs dimensions, étiquette (ici x), etc.

Les possibilités sont nombreuses, testez-les, exercez vos talents de décorateur de graphe !

Un clic sur un axe le sélectionne, prêt pour appeler son Inspecteur.
Deux clics le sélectionnent et ouvrent la fenêtre pop-up de réglage de son échelle et de sa position.

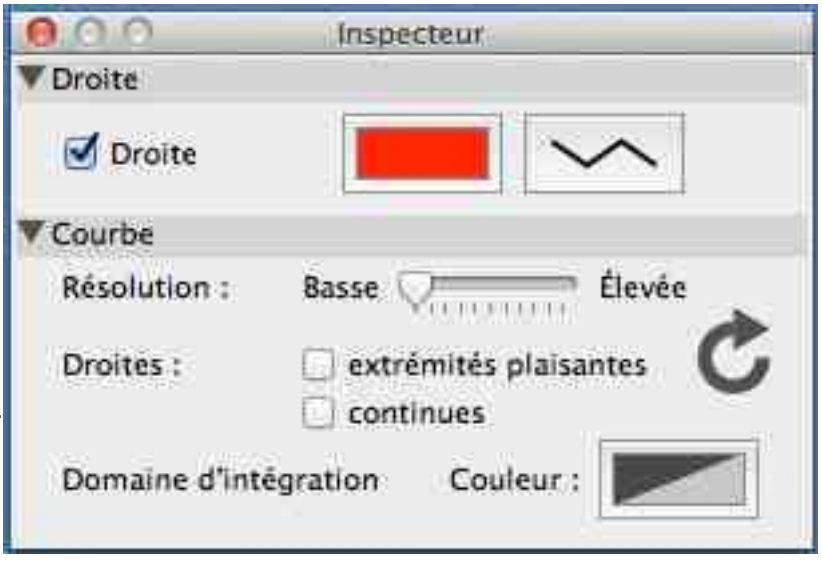
Personnalisation des courbes.

Sélectionnez toutes les équations des courbes $h_0 = 2$ en gardant la **touche ⌘ appuyée** ; appelez l'inspecteur ; prenez une épaisseur de trait de 1.9 et couleur Apple rouge ; réglez la résolution au minimum compatible avec un affichage correct et confirmez en cliquant le cercle fléché (pour réduire la taille des fichiers .gcx)

Vous obtenez la figure ci-contre :

Faites de même avec les courbes $h_0 = 1$ en choisissant la couleur Apple vert.

Remarque : on peut **sélectionner directement sur le graphe une seule courbe** à la fois **en la cliquant** et appeler l'inspecteur pour la personnaliser, ou **plusieurs courbes en les cliquant, touche Majuscules (Shift) pressée.**



Personnalisation du cadre.

Sélectionnez en le cliquant le cadre du graphe, appelez son inspecteur et réglez l'épaisseur du trait à 1.0.

Ajout d'objets sur le graphe.

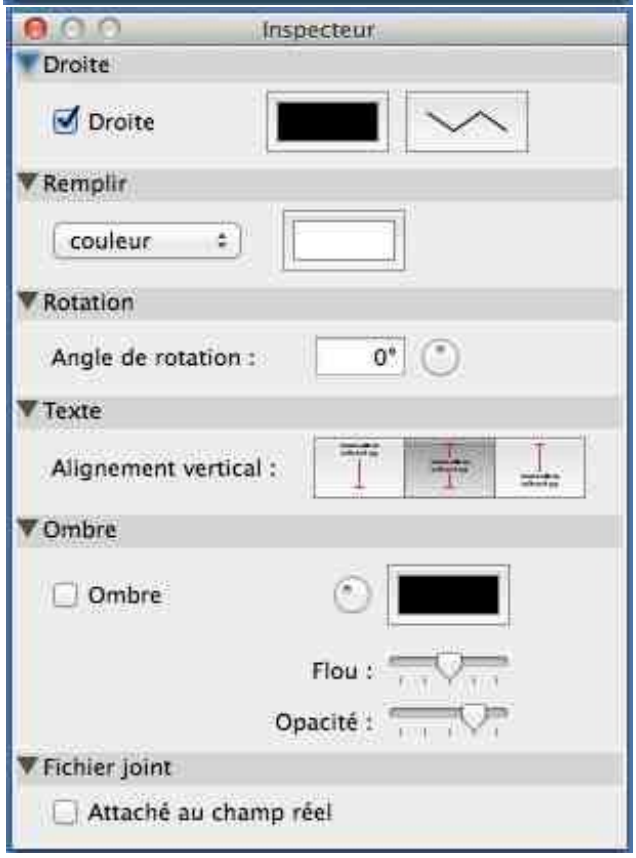
Le menu Objet > Insérer flèche, ovale, rectangle, texte, permet de placer sur le graphe ces objets dont trois peuvent recevoir du texte.

Une fois **sélectionné par un clic,** et aprés **ouverture de son inspecteur**, les différents réglages de l'objet apparaissent.

On montre ici l'inspecteur de l'objet « Rectangle » : cadre ou non, épaisseur du trait, couleur du cadre et intérieure, orientation de l'objet, ombre simulée ou non avec ses options. Options Fichier joint :

— Attaché au champ réel décoché : l'objet reste fixe dans le cadre du graphe si on modifie les échelles et le centrage des axes ;

— Attaché au champ réel coché : le centre de l'objet garde constantes ses abscisse et ordonnée.



L'**objet** sélectionné est **déformable** en **tirant ses poignées** avec la souris.

Si plusieurs objets ajoutés sur le graphe sont sélectionnés, on peut les **grouper, dégrouper, les aligner de diverses manières (menu Objet).**

La **superposition** de plusieurs objets ou graphe-objet dispose de réglages **(quatre premières commandes du menu Objet)**.

On souhaite légender les axes « t (s) temps » et « h (m) altitude » (on avait décoché « étiquette » (x et y) dans les inspecteurs des axes). Faites-le conformément au modèle présenté à la fin de cette leçon.

Ajout d'équations sur le graphe.

Se fait par **glisser-déposer depuis l'éditeur d'équations jusque sur le graphe l'équation sélectionnée.**

Ces nouveaux objets sont aptes à recevoir les commandes du menu Objet ainsi que de l'inspecteur et disposent de poignées pour changer leurs formes.

Ajoutez sur le graphe les équations du problème donnant h, h_0, v_0, variable t, réglez leur taille, leur place et alignez-les de diverses façons (voir le modèle final). Pour cela commencez par créer la nouvelle équation h = h(t), transférez-la sur le graphe, puis effacez-la de l'éditeur d'équation ; les deux autres existent déjà dans la liste. Ne modifiez pas les équations qui ont servi à tracer les courbes !

Autres ajouts sur le graphe.

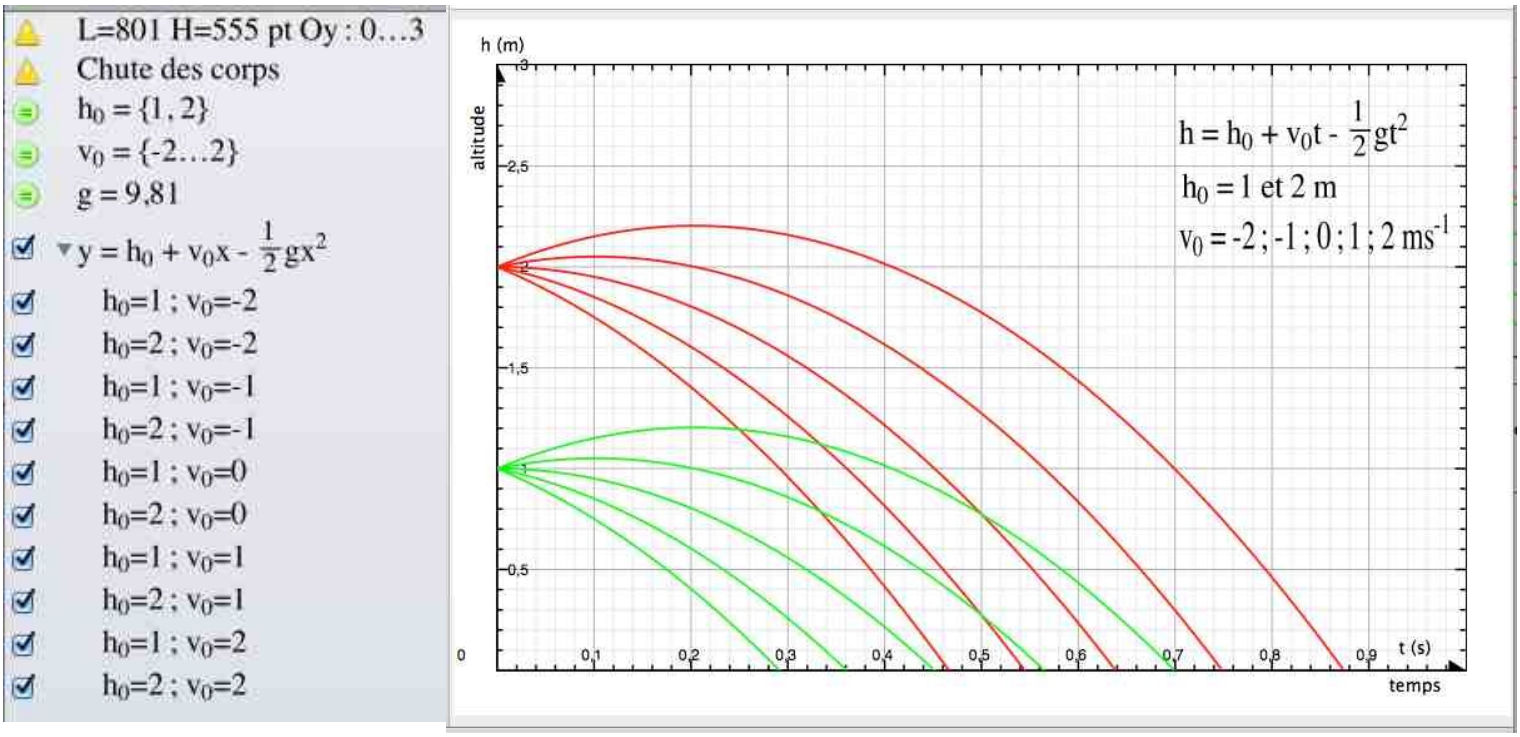
Les expressions mathématiques créées dans certains éditeurs d'équation (MathType, Equation Editor de Microsoft Office) peuvent être transférées sur les graphes 2D de Grapher par Glisser-Déposer depuis la fenêtre de l'éditeur jusqu'au graphe.

Dernière information à entrer sur le document.

Toujours à cause des **bugs nr. 1 & 2,** vous ajoutez en tête de la liste des équations la ligne de texte suivante:

L=801 H=555 pt Oy : 0… 3

ce qui permettra de rétablir le document original après l'ouverture du fichier .gcx de votre travail sauvegardé ou si vous modifiez les dimensions de la fenêtre sur laquelle vous travaillez.



Félicitations ! À partir de maintenant, n'hésitez pas à modifier les différentes propriétés des objets en utilisant les inspecteurs.

Leçon 3 : Créer une animation (Animation de paramètre).

Dans cette leçon, vous allez apprendre comment créer en 2D une animation et diverses procédures :

— dimensionner un graphe avec précision pour le copier-coller dans TextEdit ou autre application ;
— entourer le graphe d'un cadre en minimisant les marges ;
— insérer des textes sur le graphe et choisir police et taille des caractères ;
— glisser-déposer sur le graphe depuis l'éditeur d'équations des textes, équations, paramètres ;
— afficher en temps réel sur le graphe des valeurs de paramètres calculées dans Grapher ;
— animation de paramètre ;
— créer une animation Quick Time ;
— revoir quelques procédures pratiquées dans les leçons précédentes.

Le problème.

Pour illustrer cette leçon on se propose de représenter une onde progressive sinusoïdale, créée en continu en O et se propageant selon l'axe Ox, abscisses croissantes.

Dimensionnement précis du Graphe.

Cherchons la largeur maximum du graphe entrant sur une page A4 Portrait de TextEdit 1.4 à 1.9 : 210 mm moins les deux marges minimum de 1 inch = 210 - 2 x 25,4 = 159,2 mm = 159,2 / 25,4 x 72 = 451,3 pt (points) ; on adopte le nombre entier le plus proche soit 451 ; pour la hauteur prenons 306 pt. Le choix est donc :

L = 451 pt pour une largeur de 159,10 mm (451 / 72 x 25,4),
H = 306 pt pour une hauteur de 107,95 mm.

Ouvrez une nouvelle fenêtre 2D de Grapher : **Menu Fichier > Nouveau… > Nouvelle courbe > Courbe 2D > Default > Sélectionner** puis **Menu Format > Disposition... > Taille > Personnalisée > entrez L = 451 pt et H = 306 pt** comme dans la vue ci-dessous ; changez d'unité en passant des points aux millimètres pour lire L = 160,356 mm et H = 108,8 mm.

Ce ne sont pas les valeurs attendues ! La cause est le **bug nr. 3** par la vertu duquel Grapher 1.1 à 2.5 utilise 1 inch = 25,6 mm ; vérifions : 451 / 72 x 25,6 = 160,356 et 306 / 72 x 25,6 = 108,800 mm. **RAPPEL : 1 inch = 25,4 mm**
Notez L = 451 H = 306 pt (**cf. bugs nr. 1 & 2).**

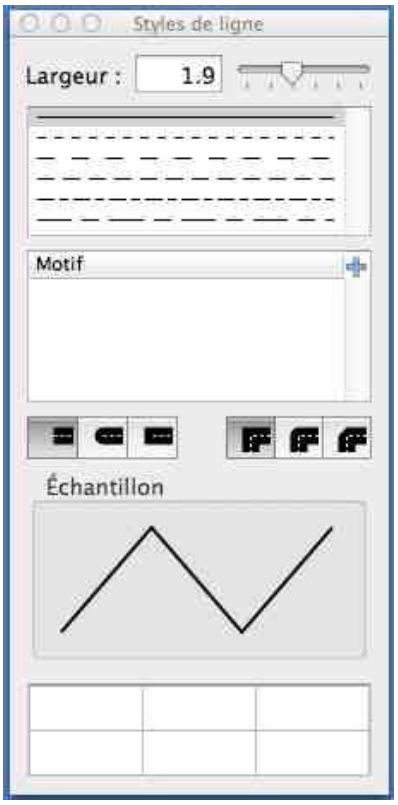
Cadre pour le graphe et marges minimum.

Nous avons besoin d'un repère des limites du graphe pour mesurer sa taille dans les fenêtres d'autres applications et après impression ; pour cela et pour un meilleur aspect du travail, utilisons le cadre.

Caractéristiques du cadre :

— on le fait apparaître en cochant dans **menu Format > Axes et grilles… > Cadre ;**
— sélection en cliquant sur sa ligne : quatre repères aux coins du graphe témoignent de la sélection du cadre ;
— le cadre est un trait de largeur (épaisseur) réglable qui entoure l'ensemble axes + grilles + courbes sans empiéter sur ces éléments ; il est dans la marge du graphe et ne sera visible après sauvegarde que si cette marge est au moins de même largeur que le trait du cadre ;
— le **choix du trait** est obtenu aprés **sélection**, et ouverture de l'**Inspecteur** ; clic sur le **premier bouton** pour la **couleur**, clic sur le **bouton zig-zag,** qui ouvre le **réglage des traits** ; on y définit le **style du tracé (ligne continue ou tiretés)** et sa **largeur** (épaisseur) repérée par un **nombre croissant par pas de 0.1 à partir de 0.0** ; **LE POINT DÉCIMAL EST ICI OBLIGATOIRE** pour entrer cette valeur (qui n'est pas en points pt comme les largeur, hauteur, marges du graphe).

Caractéristiques du trait du cadre et marges minimum correspondantes			
Largeur du trait		Marge minimum	
style de ligne	en pixels	en points (pt)	en mm
0.2 à 0.8	2	2	0,71
0.9 à 2.1	3	3	1,07
2.2 à 3.3	4	4	1,42
3.4 à 4.2	5	5	1,78
4.3 à 5.2	6	6	2,13
5.3 à 5.9	7	7	2,49
6.0 à 7.0	8	8	2,84



Chaque ligne de pixels du trait a sa couleur particulière, nuance de celle choisie ; pour le noir, ce sont des mélanges du noir absolu au gris le plus pâle. Ces variations de tons donnent l'illusion d'une variation d'épaisseur du trait pour une même largeur en pixels.

Le tableau ci-dessus est valable pour les traits parallèles aux axes Ox Oy. Il n'est pas limité en largeur de trait.

Le Colorimètre numérique des Utilitaires a permis de voir au pixel près comment sont faits les traits du cadre.

Continuons notre travail : choisissez un cadre noir, un trait de largeur 1.9 (3 pxl) et entrez la valeur de 3 pt (1,07 mm) pour les quatre marges du graphe qui étaient nulles jusqu'à maintenant par :

menu Format > Disposition… > Marges > unité, le pt ; un clic sur le graphe désélectionne le cadre et le révèle.

Contrôle et étalonnage du dimensionnement.

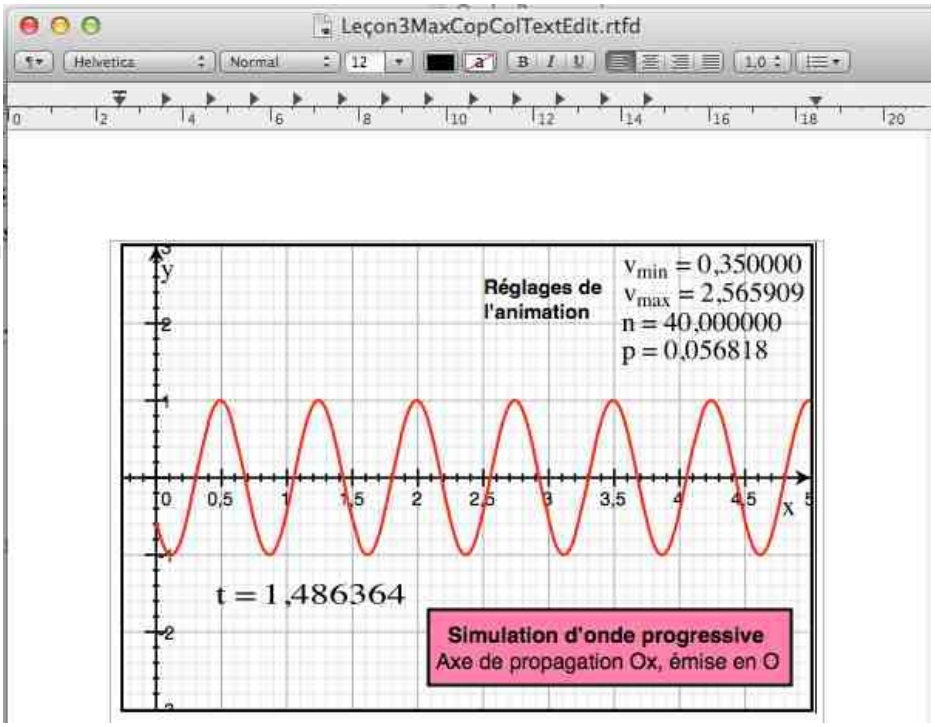
Menu Édition > Copier sous format PDF (ou TIFF) puis Coller dans TextEdit (ou autre application) ;
Menu Fichier > Exporter > PDF > Enregistrer puis Copier-Coller ou glisser-déposer dans TextEdit ou autre.

Mesurez les dimensions du graphe dans ces applications, et après impression.

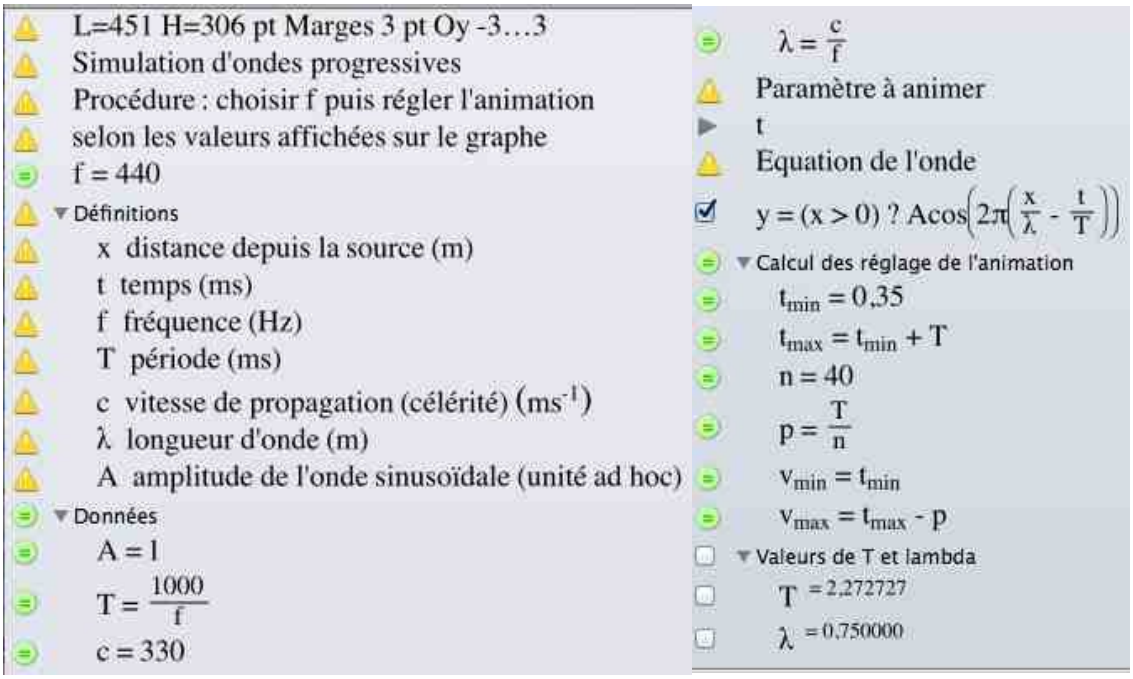
Mon constat (iMac, MacBook Pro, OS X 10.4.11 à 10.9, imprimante Canon MP610) est que les dimensions prévues, entrées en points (pt) dans Grapher, se retrouvent précisément sur la page de TextEdit (le graphe y entre juste), c'est vrai aussi avec Pages (sans toucher aux poignées de déformation) et sur les pages imprimées. Conclusion :

Pour obtenir des dimensions très précises des graphes, entrez-les en points (pt) (1 mm = 72 / 25,4 pt).

La figure ci-contre montre que les dimensions du graphe ont été correctement calculées : il entre exactement entre les marges de la page de TextEdit, qui sont indiquées par les repères de tabulation sur la règle.



Entrer les équations.



De haut en bas et de gauche à droite on peut lire :

— la taille du graphe en pt et les minimum et maximum de l'échelle des ordonnées toujours à cause des **bugs nr. 1 & 2** ; ici on a ajouté la largeur des marges ;

— ensuite le titre du document et un bref mode d'emploi ;

— le premier paramètre à choisir, la fréquence f ;

— vient un premier groupe qui ne contient pas d'équations, seulement des textes qui précisent les définitions des variables et les unités ;

— groupe suivant, « Données » : contient deux données modifiables et deux variables intermédiaires calculées ;

— le paramètre à animer, le temps t ; on verra comment plus loin ; au stade actuel de notre document, il devrait être précédé du petit cercle vert et avoir une valeur t = 1 par exemple ; la copie d'écran le montre déjà animé, t tout nu précédé du triangle noir ;

— équation de l'onde : notez la **syntaxe pour que y ne soit défini que pour x > 0** ;

— groupe « calcul des réglages de l'animation » ; nous l'examinerons en détail ;

— dernier groupe pour deux valeurs numériques : **les deux variables ont été définies avant par des équations, pour calculer et afficher leurs valeurs, il suffit d'entrer leur nom tout seul dans la liste des équations.**

Pensez à utiliser : **Menu Fenêtre > Afficher la palette d'équation** pour éditer les expressions mathématiques.

Commentaires entrés par l'éditeur d'équations.

— Ce ne sont pas des équations, d'où l'avertissement (triangle jaune danger) qui les précède ;

— Avant de les taper au clavier, décochez dans les Préférences « Variables en italique », sinon vos lettres seront penchées (variables pour Grapher : x, a, etc.) ou droites (si considérées autres : sin, cos etc,) ;

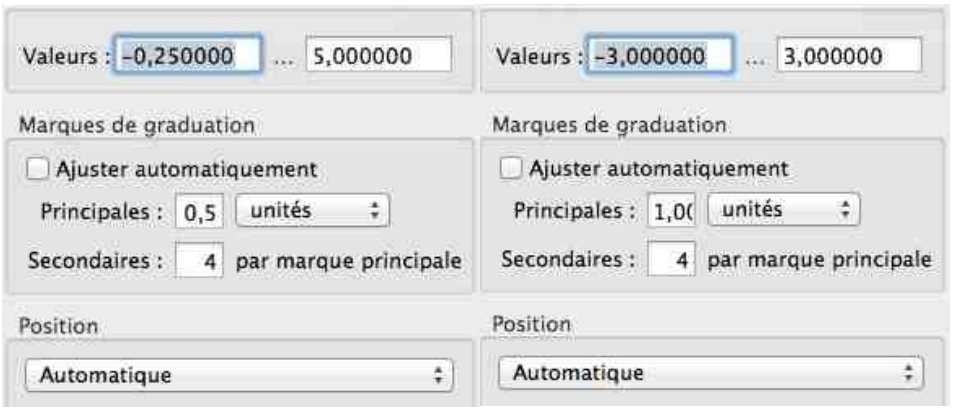
— L'éditeur d'équations n'est pas prévu pour du traitement de texte normal : ce qui suit un accent circonflexe est mis en exposant, pas de ê ô ni â possibles, les signes suivant Majuscules plus Tiret sont mis en indice ; bref, les raccourcis clavier de l'éditeur d'équations sont en fonction (cf. chapitre Expressions) ;

— Si vous tapez un nom anglais (pas d'accent) de lettre grecque minuscule, il sera immédiatement traduit ... en lettre grecque, sauf epsilon, omicron,upsilon, mais xi et chi oui, ksi et khi non ; les mots français enferment souvent des lettres grecques, par exemple alphabétiser, remuer, répit, nutation etc. ; pour éviter le mu grec dans remuer, tapez une espace entre m et u puis revenez en arrière et supprimez l'espace, le procédé est général ; (cette traduction grecque ne se fait pas si « Utiliser des raccourcis lors de la saisie » est décoché) ;

— Bien sûr, ces commentaires utilisent tous les signes et symboles des expressions ;

— Pensez à **Menu Fenêtre > Afficher la palette d'équation** qui vous fournit divers symboles et aussi tout l'alphabet grec (minuscules et majuscules)…

Choix des échelles et graduations des axes.

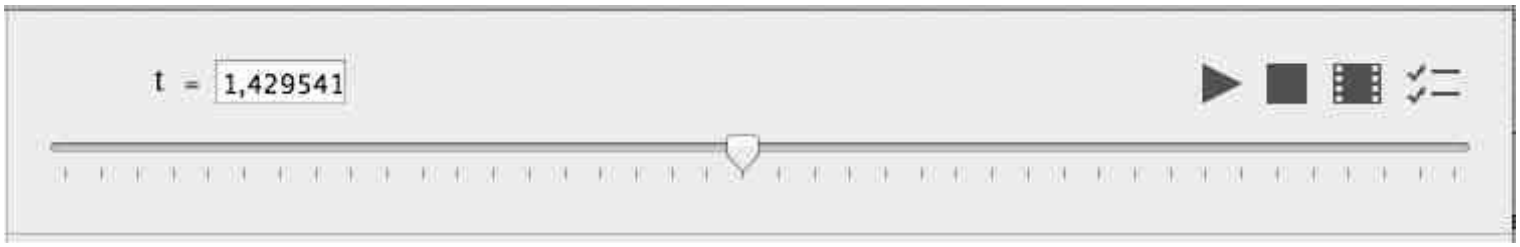


Menu Format > Axes et grilles… > Axe des abscisses > Modifier… > affichez les valeurs indiquées dans la figure ci-contre, faites de même pour l'axe des ordonnées (seconde figure), terminez par un **clic sur le graphe pour désélectionner l'axe.**

Animation du paramètre t.

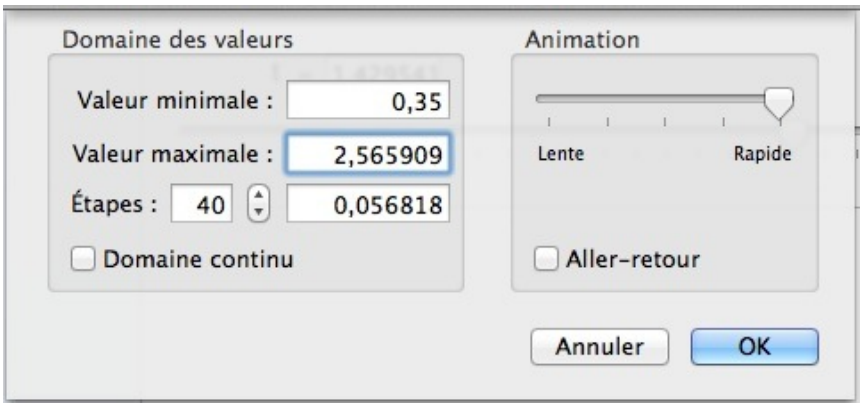
Commencez par **vérifier le bon déplacement de la courbe** en augmentant la **valeur du paramètre** t ; on avait entré t = 1, entrez successivement 1,1 - 1,2 - 1,3 : la courbe se déplace vers la droite, c'est bien le but recherché. Notez que le paramètre t n'est toujours pas animé et donc précédé d'un cercle vert dans la liste des équations. **Animez le paramètre** t :

Sélection (clic) du paramètre dans la liste des équations > menu Équation > Animation de paramètre > apparition du bandeau d'animation et remplacement du cercle vert par un triangle noir devant le paramètre dans la liste des équations.



Clic sur le carré noir «Arrêter» > annulation de l'animation > plus de bandeau, le cercle vert revient devant le paramètre ;
Clic sur le bouton de droite «Réglages» > accès aux réglages de l'animation > fenêtre des réglages ;
Clic sur le triangle noir «Lecture/Pause» > On/Off de l'animation (vaut aussi pour le triangle de la liste des équations) ;
Clic sur le bouton film «Création de vidéo» > mise en séquence Quick Time de l'animation ;
Déplacement du curseur avec la souris > fonctionnement « manuel » de l'animation.

Réglages de l'animation de paramètre.



— Valeur minimale v_{min} , valeur maximale v_{max} pour le paramètre qui passera de l'une à l'autre en n pas (40 étapes) p = 0,075 (si $v_{max} - v_{min} = 3$) ;
— Lente-Rapide : selon votre goût ;
— Domaine continu : si coché, permet de déplacer le curseur en continu avec la souris, sinon déplacement par nombre entier de pas ;
— Aller-retour : si coché, le paramètre monte et descend par pas entre les deux valeurs extrêmes ; sinon, après avoir atteint v_{max} il recommence à v_{min} .

Pour donner l'apparence d'un déplacement quasi continu de l'onde progressive (notre courbe), décochez Aller-retour, prenez un nombre d'étapes assez grand, un pas qui est une faible fraction de la période de l'onde ; de plus utilisez la périodicité pour éviter une rupture du rythme du déplacement lors du retour à la valeur minimale, ce retour devant constituer un pas.

Le groupe « calcul des réglages de l'animation » dans la liste des équations vous montre la méthode de calcul ; on a pris une valeur arbiraire pour $t_{min} = v_{min} = 0,35$; ces valeurs calculées par Grapher tiennent compte des modifications éventuelles des données. On va les afficher sur le graphe avec mise à jour automatique si elles évoluent.

Il vous restera à **entrer ces valeurs dans la fenêtre de réglage de l'animation de paramètre.**

Affichage automatique sur le graphe de valeurs évolutives de paramètres.

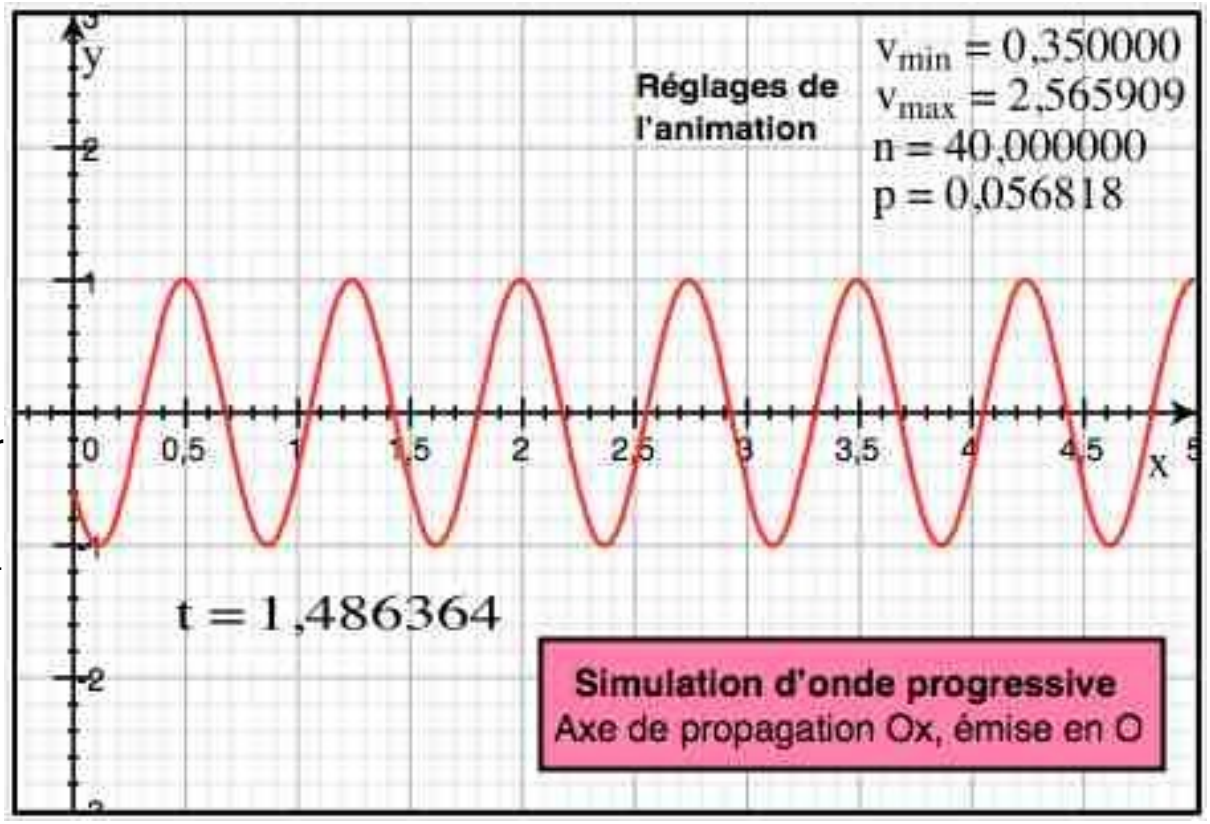
Vous allez afficher les valeurs de t, v_{min} , v_{max} , n, p ; la procédure est celle-ci :

Nouvelle équation > entrer une fois de plus le nom du paramètre (seul) > sélection dans l'éditeur d'équations > glisser-déposer sur le graphe > régler la taille avec les poignées > double-clic dessus > fenêtre, sélection du paramètre, Ajouter la valeur (nota) > la valeur est affichée sur le graphe et sera tenue à jour **> ajuster forme et taille avec les poignées > supprimer de la liste des équations le nom du paramètre devenu inutile, ou le garder dans la liste avec sa valeur affichée.**

Nota : — Pas de transformation : seul le nom du paramètre est affiché ;
— Remplacer par la valeur : la valeur est affichée sans le nom ;
— Ajouter la valeur : elle se place avec le signe = après le nom du paramètre.

Après l'affichage sur le graphe des cinq paramètres n'oubliez pas d'entrer les quatre valeurs de réglage de l'animation.

Autres objets placés sur le graphe.



Le graphe représenté ici à l'échelle 1 montre une légende sur fond coloré bordé de noir et un titre pour les réglages de l'animation.

Ont été utilisées les procédures suivantes :

— **menu Objet > Aligner les bords gauches**, pour les quatre paramètres de l'animation sélectionnés ;

— **menu Objet > Insérer un texte, menu Format > Police > Afficher les polices** > Helvetica taille 13 & 14 Bold et Regular, pour les inscriptions ;

— **l'Inspecteur de ces objets** pour le **cadre** de largeur 1.9 ligne continue noire et la **couleur de fond**, Couleurs Sécurisées Web FF6699 ;

— **menu Objet > Grouper >** réunir en un seul bloc, après sélection, v_{min} v_{max} n p et leur titre (commode pour déplacer le tout sur le graphe) ;

— **clic sur la courbe > Inspecteur > largeur de trait 2.0, couleur Apple Rouge.**

Complétez votre graphe comme sur la figure ci-dessus en utilisant ces procédures.

Essai de l'animation.

Clic sur le paramètre t dans la liste des équations > dans le bandeau d'animation clic sur le bouton de droite > entrez les réglages affichés sur le graphe > avec la souris, déplacez le curseur vers la droite, contrôlez l'effet sur le graphe, en particulier vérifiez que le dernier pas et le retour au départ font avancer la courbe de la même longueur, sans saut anormal.

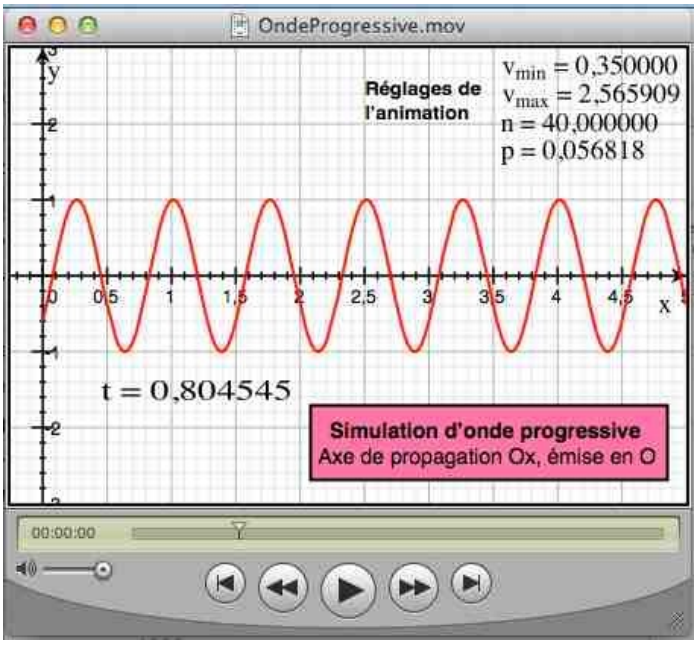
Clic sur le triangle du bandeau pour lancer l'animation, autre clic pour l'arrêter.

Création d'un fichier Quick Time.

Clic sur le bouton « Création de vidéo » du bandeau d'animation d'où :

• à partir de Grapher 2.5 **> Nommez et enregistrez dans la fenêtre pop-up l'animation en fichier QuickTime (.mov)** qui s'ouvre dans cette application.

• avant Grapher 2.5 : une animation intermédiaire s'ouvrait dans Grapher, que l'on pouvait ou non enregistrer en fichier QuickTime.



Félicitations ! Vous avez eu le calme et l'opiniâtreté nécessaires pour arriver jusqu'ici ; vous venez de créer votre première animation tout en mémorisant, je l'espère, un grand nombre d'informations sur l'utilisation de Grapher en 2D. Encore un grand bravo !

Leçon 4 : Équations différentielles. (pour Grapher 2.0 voir Annexe 2)

Dans cette leçon vous apprendrez à représenter en 2D les solutions d'une équation différentielle et d'autres procédures :

— sauvegarder fréquemment votre travail au fur et à mesure de son avancement ;
— les anomalies dues aux bugs nr. 1 et 2, et comment les corriger ;
— syntaxe des équations différentielles ;
— modifier la valeur d'un paramètre ;
— utiliser des expressions à valeurs multiples ;
— lire les coordonnées d'un point sur une courbe, celles de l'intersection de deux courbes ;
— trouver les racines d'une fonction, la dériver, l'intégrer, calculer une intégrale définie .

Cette leçon comporte des rappels et des redites qui peuvent vous irriter, mais rappelez-vous que :

« L'INSTRUCTION TRIOMPHE PAR LA RÉPÉTITION ! »

Le problème.

Tracer les courbes représentatives de solutions d'une équation différentielle du second ordre, linéaire, à coefficients constants, sans second membre (homogène) ; la forme est :

$$y'' + \frac{2}{\tau}y' + \left(\omega^2 + \frac{1}{\tau^2}\right)y = 0 \text{ si } y = y(x) \text{ et } x \in [0, \pi]$$

conditions initiales pour $x = 0$: $y'(0) = 0$ et $y(0) = 1$
pour $\tau = 0{,}5$ et $\omega = 0$ et 5π

Comparer les solutions numériques de l'équation différentielle aux solutions algébriques qui sont :

pour $\omega \neq 0$: $y = e^{-\frac{x}{\tau}}\left(y(0)\cdot\cos\omega x + \left(\frac{y'(0)}{\omega} + \frac{y(0)}{\tau\omega}\right)\cdot\sin\omega x\right)$ et pour $\omega = 0$: $y = e^{-\frac{x}{\tau}}\left(y(0) + \left(y'(0) + \frac{y(0)}{\tau}\right)\cdot x\right)$

Optimiser les solutions numériques en réglant le pas dans les méthodes d'Euler et Runge-Kutta.
Se réserver la possibilité de modifier les paramètres et conditions initiales de l'équation différentielle pour examiner à des fins didactiques l'évolution des solutions.

Préparation du document.

Vous allez choisir un graphe avec marges d'un demi inch (12,7 mm), format A4, disposition Paysage, de la dimension maximum compatible avec votre imprimante, et le sauvegarder aussitôt. Voici la procédure :

Menu Fichier > Nouveau… > Nouvelle courbe > Courbe 2D > Margins > Sélectionner ;
Agrandissez suffisamment la fenêtre (bouton vert ou tirette du coin inférieur droit) ;
Menu Format > Disposition… > Taille > Personnalisée > entrez L = 801 et H = 555 pt > OK
Faire une deuxième fois cette opération ;
Menu Format > Disposition… > Marges > passez en unités pt, vous devez lire 36 pt (72 pt par inch) ;
Notez L et H en pt (voir bugs nr. 1 & 2). Dans mon cas avec Grapher 2.1 à 2.5 : **L = 801 H = 555 pt donnent la taille maximum du graphe sur feuille A4 après impression (Paysage, 100 %) ; de même avec L = 555 H = 801 pt, Portrait, 100 %.**

Nota. 1) On peut aussi utiliser «Format de papier» au lieu de «Personnalisée», ou ne pas modifier la fenêtre «par défaut», à vous de voir.
2) La taille du graphe sur l'écran est 1 pixel par point de L et H.

Préréglage des échelles des axes :
Menu Format > Axes et grilles… > Axe des ordonnées > Modifier… > entrez -2, 2, décochez, 0,5, 4, Automatique > OK ;
> Axe des abscisses > Modifier… > entrez -0,5, 5, décochez, 0,5, 4, Automatique > OK ;
Barre d'outils de la fenêtre > touche Alt + clic sur bouton Égalisez les axes : l'échelle des abscisses s'ajuste sur celle des ordonnées (sans Alt, c'est le contraire).

Dans l'éditeur d'équation > effacez y= > tapez : « **L = 801 H = 555 pt** (ou vos valeurs) **Oy : -2…2** »**> touche Retour pour placer cette indication en tête de la liste des équations.**
Remarquez que vous avez lu les dimensions suivantes : 28,48 19,733 1,28 cm qui devraient être 28,258 19,578 1,27 **(voir bug nr. 3).**

Menu Fichier > Enregistrer sous... > titre Équadiff, lieu Desktop > Enregistrer.

Le document est sauvegardé sur votre bureau, quittez Grapher. Vous allez faire deux manœuvres pour apprendre les parades aux b**ugs nr. 1 & 2.**

Ouverture d'un fichier GCX (fichier Grapher d'extension .gcx) (parade au bug nr. 2).

Comme d'habitude **double-cliquez sur l'icône** du fichier GCX, Grapher démarre et le document apparaît ; constatez que les dimensions du graphe et l'échelle des ordonnées ont changé.

Pour rétablir l'état original du document :

Menu Format > Disposition… > Taille > Personnalisée > entrez L = 801 et H = 555 pt > OK ;
Faire une deuxième fois cette opération ;
Menu Présentation > Limites du cadre… > entrez y : -2, 2 > OK.

Conservez le document en l'état pour la seconde opération.

Modification de la taille de la fenêtre de travail de Grapher (parade au bug nr. 1).

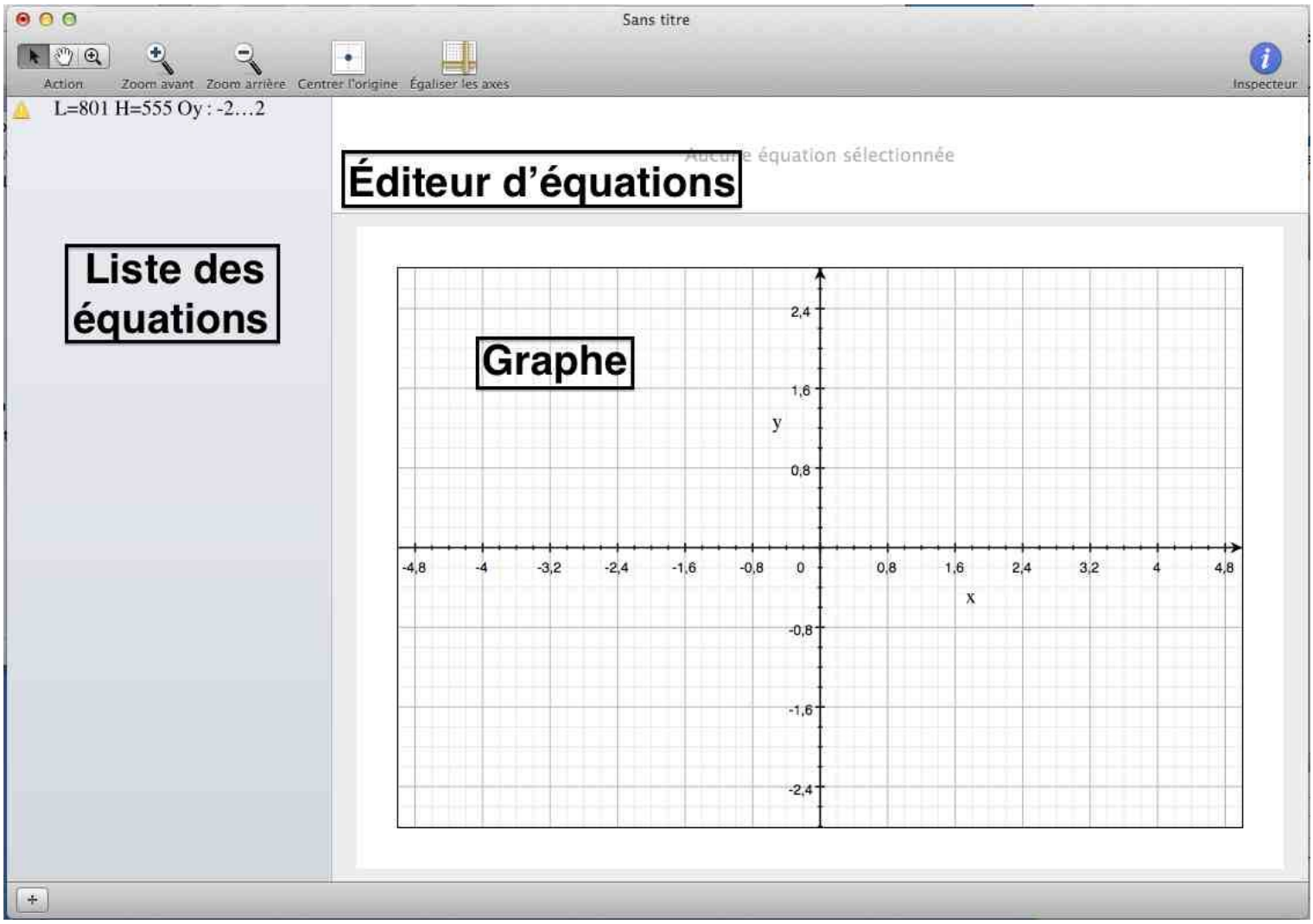
Modifiez la dimension de la fenêtre en tirant sur son coin inférieur droit et constatez à vue et par le menu Format > Disposition… > Taille > Personnalisée > que L et H ont changé, mais l'échelle des ordonnées non.

Pour rétablir le document, appliquez une procédure voisine de celle du paragrahe précédent :

Menu Format > Disposition… > Taille > Personnalisée > entrez L = 801 et H = 555 pt > OK ;
Une seule fois suffit dans ce cas.

Remarque : Si vous avez utilisé « Format de papier » au lieu de « Personnalisée », pour rétablir le graphe remplacez « entrez L = 801 et H = 555 > OK » par « Format de papier > OK » (à répéter).

Voici une vue de la fenêtre de travail de Grapher telle qu'elle doit se présenter au stade actuel de vos travaux ; bien que n'étant pas à l'échelle un, cette image donne une bonne idée des tailles respectives des trois champs que vous utilisez, la liste des équations, l'éditeur d'équations, le graphe :



Syntaxe des expressions.

La syntaxe utilisée dans Grapher pour écrire les expressions mathématiques est exposée en détail dans le chapitre « Expressions » ; en donner un premier aperçu est le but de ce paragraphe.
Configuration testée ici : iMac, MacBook Pro, OS X 10.4.11 à 10.9, configurés en français, Langue et Menu saisie des Préférences Système : français, clavier français AZERTY d'Apple.

SOURCES DES SIGNES ET SYMBOLES :

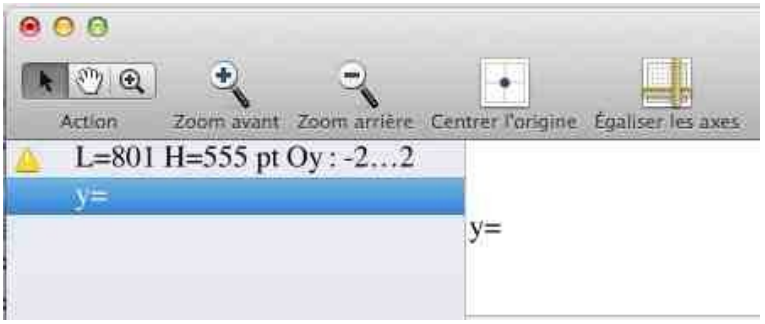
— le **clavier** : Grapher modifie les résultats des frappes de certaines touches, qui sont différents de ceux d'un traitement de texte normal comme TextEdit ;
— les **raccourcis clavier** particuliers de Grapher ;
— la **Palette d'équation** avec ses quatre onglets Standard, Opérateurs, Grec, Symboles ;
— les **Définitions intégrées : constantes et fonctions reconnues par Grapher** ;
— les **Préférences** de Grapher proposent des choix pour signes et symboles.

Nota. Convention d'écriture : pour indiquer les frappes à faire au clavier, une touche est représentée par le ou l'un des symboles gravés dessus ; les symboles accolés montrent des touches appuyées ensemble ; si une espace sépare deux symboles, il s'agit de frappes successives.

OUVRIR UNE NOUVELLE LIGNE D'ÉQUATION. Nombreuses possiblités, retenons pour le moment :

— Clic sur le bouton **[+]** au pied de la liste des équations puis menu contextuel ;
— ⌥⌘**N** raccourci clavier.

Créent une nouvelle ligne y= sélectionnée dans la liste des équations et la même mention dans l'éditeur, prête à être conplétée ou remplacée.



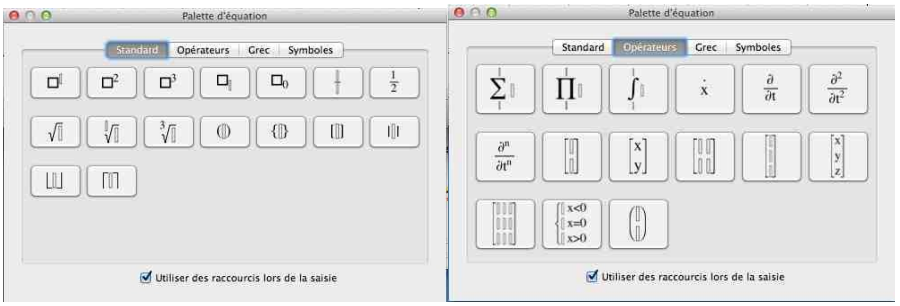
SUPPRIMER UNE LIGNE D'ÉQUATION **(NON UTILISÉE AILLEURS)**.

Clic sur la ligne pour sélectionner, touche **RetourArrière** ; pour sélectionner **plusieurs lignes pressez ⇧ ou ⌘**.

Nota : Si la ligne à effacer est utilisée dans d'autres expressions (définitions de fonctions ou variables par exemple), vous pouvez rendre incorrectes ces expressions (triangle jaune « Danger »), par exemple en ajoutant le signe = en tête des expressions, ce qui vous permet de les modifier plus tard.

CRÉER UN GROUPE : Clic sur le bouton **[+]** au pied de la liste des équations et **menu contextuel**.
NOMMER LE GROUPE : **Double-clic sur sa ligne (pour Grapher 1.1 voir bug nr. 9)**.
Les **équations** créées pour ce groupe doivent y être placées par **glisser-déposer**, ce qui les décale légèrement à droite

AFFICHER LA PALETTE D'ÉQUATION :
Menu Fenêtre > Afficher la palette d'équation.



Cette palette et une PALETTE SIMPLIFIÉE sont accessibles par le menu contextuel du bouton ▾**∑x²** de l'éditeur d'équations.

UTILISER LA PALETTE D'ÉQUATION.
Pour placer un symbole au point d'insertion dans l'éditeur d'équation : **Clic sur le symbole**.
Cocher « Utiliser les raccourcis lors de la frappe », ils facilitent votre travail.

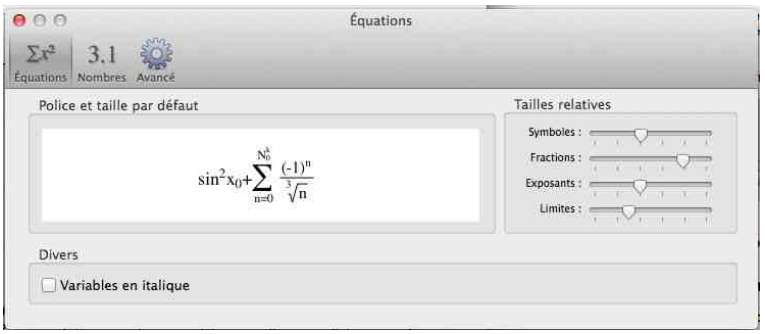
AFFICHER LES DÉFINITIONS INTÉGRÉES : **Menu Aide > Afficher les définitions intégrées.** Voir liste et commentaires dans le chapitre « Utiliser l'éditeur d'équation ».

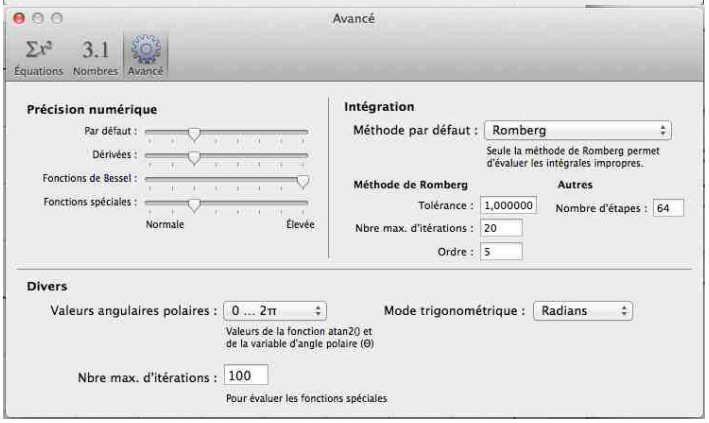
PRÉFÉRENCES DE GRAPHER.

Menu Grapher > Préférences...

L'onglet Équations permet de modifier les tailles relatives symboles-fractions-exposants indices-limites.

Pensez à **décocher Variables en italique** au moins quand vous entrez des lignes de texte dans l'éditeur d'équation.





L'onglet Nombres précise le **nombre de décimales**, notation scientifique ou ingénieur, le choix **i ou j** pour les **nombres complexes**.

L'onglet Avancé permet des réglages de la précision des calculs, d'autres pour l'intégration numérique, **le choix de l'unité d'angle (radians, degrés décimaux, grades), le choix de domaine [0, 2π] ou [-π, π] pour les angles polaires et les valeurs de la fonction atan2(y, x).**

RACCOURCIS CLAVIER DE L'ÉDITEUR D'ÉQUATIONS.

Une liste complète sera donnée plus loin ; en voici quelques uns d'usage fréquent. Pour :

— insérer une fraction : tapez : **/**

— entrer un exposant : tapez : **^**

— entrer un indice : tapez : ⇧—

— ouvrir des parenthèses : tapez : **(**

— ouvrir des accolades : tapez : ⌥**(**

— taper une lettre grecque minuscule : tapez : **o m e g a** (sur le clavier ⌥**P** donne **π**)

— naviguer dans les symboles et expressions, utilisez : ⇠ ⇡ ⇣ ⇢

EXPRESSIONS À VALEURS MULTIPLES.

Dans l'exemple a = {1,1, 2, 3,4, 5} les valeurs numériques sont 1,1 - 2 - 3,4 - 5 ; il y a deux emplois de la virgule :

— **la virgule décimale : sans espace la séparant des parties entière et décimale du nombre ;**

— **le groupe « virgule suivie d'une espace » : séparateur entre chaque nombre, fonction, etc.**

DÉFINITIONS GLOBALES ET LOCALES.

Définition globale : le paramètre est défini par une équation particulière ; exemple : **a = {1, 2,2, 3,3, 4}** ; cette définition peut être ou non dans un groupe ; elle s'applique à toutes les expressions de la liste des équations contenant le paramètre a.

Définition locale : la définition du paramètre fait partie de l'équation qui le contient ; exemple : **y = ax, a = {0,5, 0,7}** ; cette équation donnera deux courbes pour a = 0,5 et 0,7.

Un paramètre, variable ou fonction qui a une définition globale ne peut pas recevoir en plus une définition locale.

Un paramètre, variable ou fonction qui n'a pas de définition globale peut recevoir une définition locale différente dans chaque ligne d'équation.

Nota. Avant Grapher 2.2, définitions globales et locales pouvaient cohabiter, les définitions locales primant sur les globales.

EXERCICE.

1) Dans le document en cours, entrez les expressions :

$\omega_{max} = \{1,1, 2, 3,4, 5\}$ en utilisant la palette d'équation

$y = \omega_{max}x$ de préférence aux

ω^2_{max} raccourcis clavier ;

puis supprimez les trois lignes d'équations ;

2) Recommencez le tout en ne vous servant que du clavier ; les frappes dans l'éditeur d'équations après effacement de y= sont pour les première et troisième expressions :

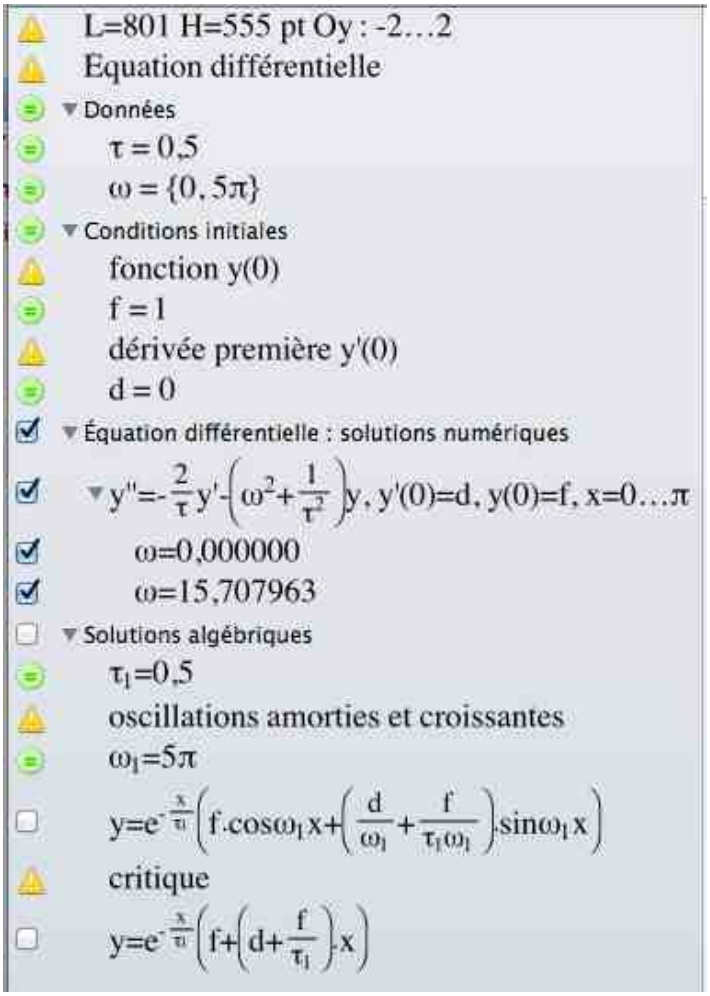
o m e g a ⇧— m a x ⇢ = ⌥(1 , 1 , espace 2 , espace 3 , 4 , espace 5 ⇢ Retour

o m e g a ⇧— m a x ⇢ ^ 2 ⇢ Retour

puis supprimez les trois lignes de l'exercice.

Vous êtes fin prêt pour reprendre notre travail sur les équations différentielles.

Entrer les équations du problème.



Faites-le conformèment à la liste des équations de la figure qui comporte :

— taille du graphe et échelle Oy (**cf. bug nr. 1 & 2**) ;
— titre du document ;
— quatre groupes titrés ;
— quatre lignes de commentaires supplémentaires ;
— quatre équations pour les valeurs des paramètres ;
— l'équation différentielle (les deux valeurs de ω qui la suivent seront inscrites par Grapher automatiquement) ;
— deux équations classiques y = y(x).

Enregistrez (sauvegardez) fréquemment votre travail.

Remarquez :

— les **définitions globales** de τ et ω, dont une **définition à valeurs multiples** ; il a fallu changer leurs noms en ajoutant « indice 1 » pour leur donner une définition différente en fin de liste ;
— les **virgules décimales sans espace avant ou après** ;
— les quatre **séparateurs** « **virgule espace** », un pour la donnée ω et trois pour l'équation différentielle ;
— y", y' : les **indices prime et seconde** sont les **guillemets anglais double ou simple (apostrophe)** du clavier ;
— les **espaces facultatives ajoutées avant et après les signes =, +, -,** pour plus de lisibilité.

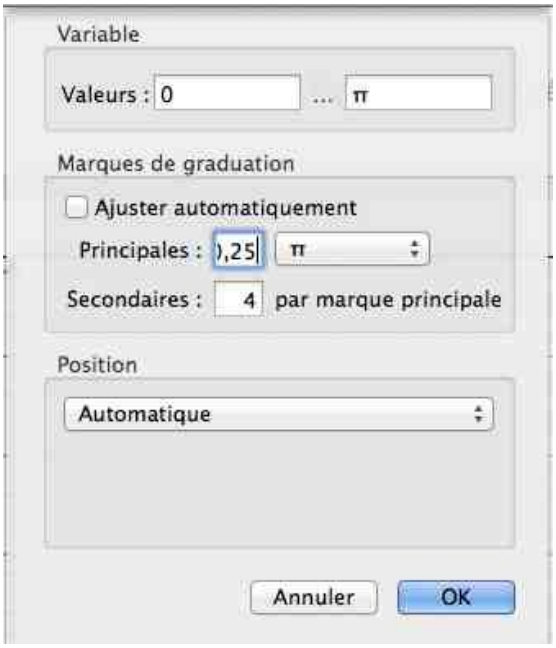
SYNTAXE D'UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE.

L'expression la définissant est en trois parties :

— l'équation elle-même ;
— les conditions initiales ;
— le domaine choisi pour la variable.

La forme de l'équation est : « dérivée d'ordre le plus élevé = fonction du reste », ce reste ne contenant que des dérivées d'ordres inférieurs, la fonction, la variable, les paramètres.

Personnalisation du graphe.



—Ajustez l'échelle sur Ox : de 0 à π, domaine choisi pour la variable : **menu Format > Axes et grilles…, etc.** (figure ci-contre).

—Avec les **Inspecteurs**, choisissez pour les **courbes** de l'équation différentielle **couleur** Apple Noir, **largeur de trait** 2.0, et pour celles des solutions algébriques couleur Apple Rouge, trait de 2.0 également ; il est possible de **sélectionner plusieurs équations pour des réglages communs** ; si vous **sélectionnez la ligne d'une équations** « **multiple** » (ici l'équation différentielle), **toutes ses versions le seront** (ici pour les deux valeurs de ω).

— Profitez de l'ouverture de l'Inspecteur des courbes et de la **palette Couleurs** d'Apple pour visiter cette dernière, qui en six onglets vous présente dix-sept options et vous permet de mémoriser les couleurs choisies ou créées.

— Affichez l'équation différentielle sur le graphe ; pour cela :

Sélection d'un clic dans la liste des équations > recopie dans l'éditeur d'équations > cliquez-glisser sur l'équation pour la sélectionner > glissez-déposez sur le graphe > réglez forme et taille, complétez éventuellement avec l'Inspecteur (cadre, couleurs, fond, inclinaison, ombre).

— Placez sur le graphe une **légende dans un cadre ovale** (voir le graphe final) :
Utilisez les **poignées pour former** l'ovale à votre goût, son **inspecteur** pour le cadre (rouge Apple, largeur 2.0) et le fond (blanc Apple) ; **double-cliquez dans la figure > point d'insertion > menu Format > Police > Affichez les polices > choix de la couleur du texte** (bleu)**, de la police** (Helvetica 18)**, ombre du texte.**
Constatez que vos frappes s'inscrivent dans un cadre rectangulaire circonscrit à l'ovale, et commencent en dehors, ce qui ne facilite pas la mise en page qui s'avère plus aisée avec l'objet inséré Rectangle.

Pensez à **enregistrer (sauvegarder) fréquemment votre travail.**

Réglages pour les solutions de l'équation différentielle.

Dans la liste d'équations, cochez et **sélectionnez d'un clic** la solution algébrique en cosωx et sinωx, ouvrez l'**Inspecteur**, choisissez la **résolution** la plus basse donnant une courbe correcte (**cliquez la flèche circulaire après chaque modification dans la partie** « **Courbe** ») ; voir fenêtre ci-contre.

Cochez la **version ω = 5π = 15,709 de l'équation différentielle et sélectionnez-la d'un clic** ; avec un **clic sur le fond du graphe**, les deux courbes, solutions numérique et algébrique, apparaissent clairement ; elle devraient se superposer parfaitement mais on peut améliorer le calcul de la solution numérique en ouvrant l'**Inspecteur après resélection de la courbe ω = 15,709**.
Dans sa partie inférieure « Équation différentielle » vous pouvez **choisir la méthode de calcul (Euler ou Runge-Kutta d'ordre 4) et le pas de progression** ; le pas est 0,01 essayez d'autres valeurs 0,1 - 0,05 - 0,001- 0,0005 (**cliquez chaque fois le cercle fléché**) ; Runge-Kutta d'ordre 4 et pas de 0,001 donnent une bonne superposition des deux courbes.
Faites les mêmes réglages avec la solution ω = 0 et la seconde solution algébrique ; le pas de 0,01 semble assez petit pour un calcul correct ; la figure ci-contre montre l'Inspecteur des équations différentielles.

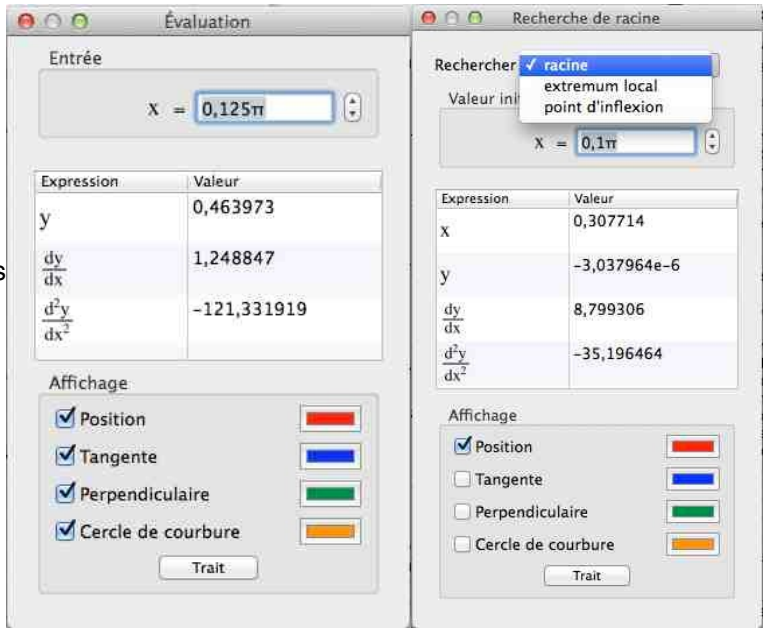
Le pas le plus adapté peut changer si vous modifiez le domaine de la variable, les échelles des axes, les paramètres de l'équation différentielle.

Pensez à **enregistrer (sauvegarder) fréquemment votre travail.**

Modification de paramètre ou d'équation.

Clic sur l'équation > clic sur le fond de l'éditeur > traitement de texte dans l'éditeur d'équations.
Essayez de changer la valeur de τ = 0,1 ; 0,3 ; 1 ; 0,5 pour voir évoluer les solutions numériques de l'équation différentielle.

Calcul des coordonnées de points d'une courbe.



Clic sur la courbe ou son équation > menu Équation > Évaluation... > Cliquez le point désiré sur la courbe, ou entrez une valeur de la variable et touche Retour > affichage des coordonnées en bas de la fenêtre, calcul de la fonction, de ses dérivées première et seconde, affichage sur le graphe du point choisi, des tangente, normale, cercle osculateur en ce point et
clic sur le bouton Trait > affichage de leurs équations dans la liste **(Grapher 2.2 à 2.5 voir bug nr. 31)**.

Recherche des racines, extrema, points d'inflexion.

Clic sur la courbe ou son équation > menu Équation > Recherche de racine… > Choix de l'option dans le menu contextuel > Cliquez le point approché sur la courbe, ou entrez une valeur approchée de la variable et touche Retour > pour obtenir le calcul des coordonnées du point particulier cherché, des dérivées première et seconde, ce qui permet de vérifier les résultats : y ou y' ou y" très proche de zéro ; affichage sur le graphe du point choisi, des tangente, normale, cercle osculateur en ce point et avec
clic sur le bouton Trait > affichage de leurs équations dans la liste **(Grapher 2.2 à 2.5 voir bug nr. 31)**.

Tracer la courbe de la dérivée d'une fonction.

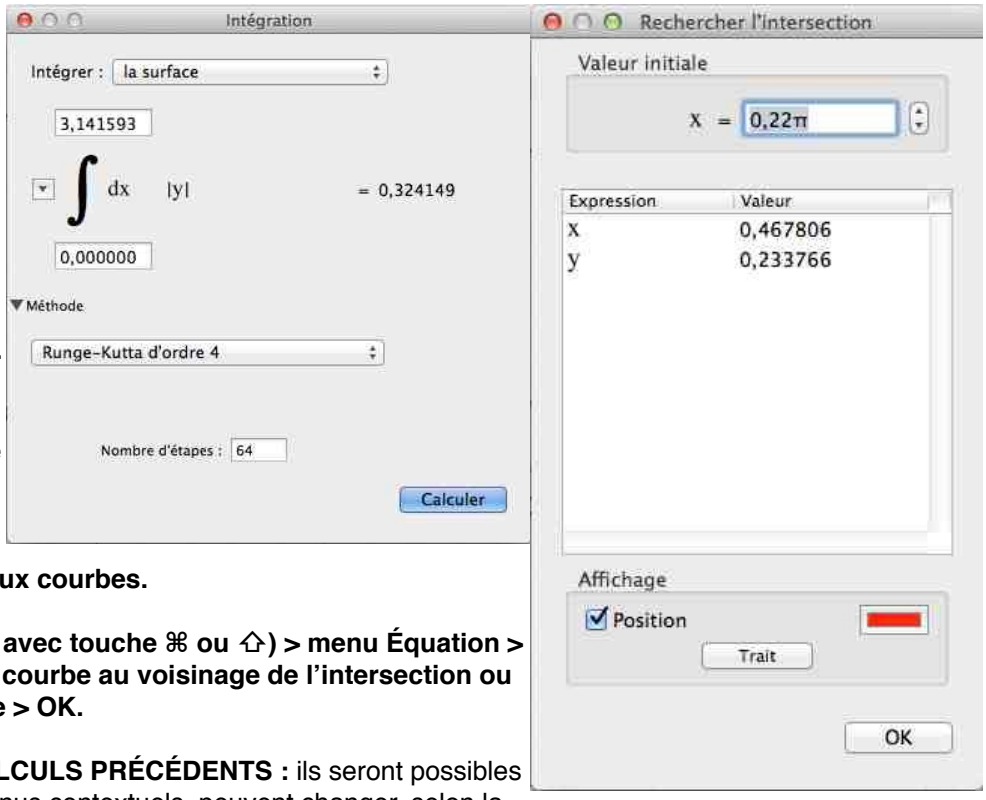
Clic sur l'équation dans la liste > menu Équation > Dériver > remplacement de la fonction originale et de sa courbe par sa dérivée. Recommencer > dérivées successives.
Menu Équation > Intégrer, pour revenir à la dérivée précédente, recommencez jusqu'au retour à la fonction originale.

Tracer la courbe de l'intégrale d'une fonction (Grapher 2.2 à 2.5 voir bug nr. 29).

Clic sur l'équation dans la liste > menu Équation > Intégrer > remplacement de la fonction originale et de sa courbe par son intégrale. Menu Équation > Dériver, pour revenir à la fonction originale.

Calcul d'une intégrale définie de fonction.

Clic sur l'équation > menu Équation > Intégration… > menu contextuel > choix > entrer l'intervalle de l'intégrale, méthode de calcul avec ses réglages > Calculer.
Pour supprimer l'aire d'intégration sur le graphe : menu Équation > Supprimer le domaine d'intégration.



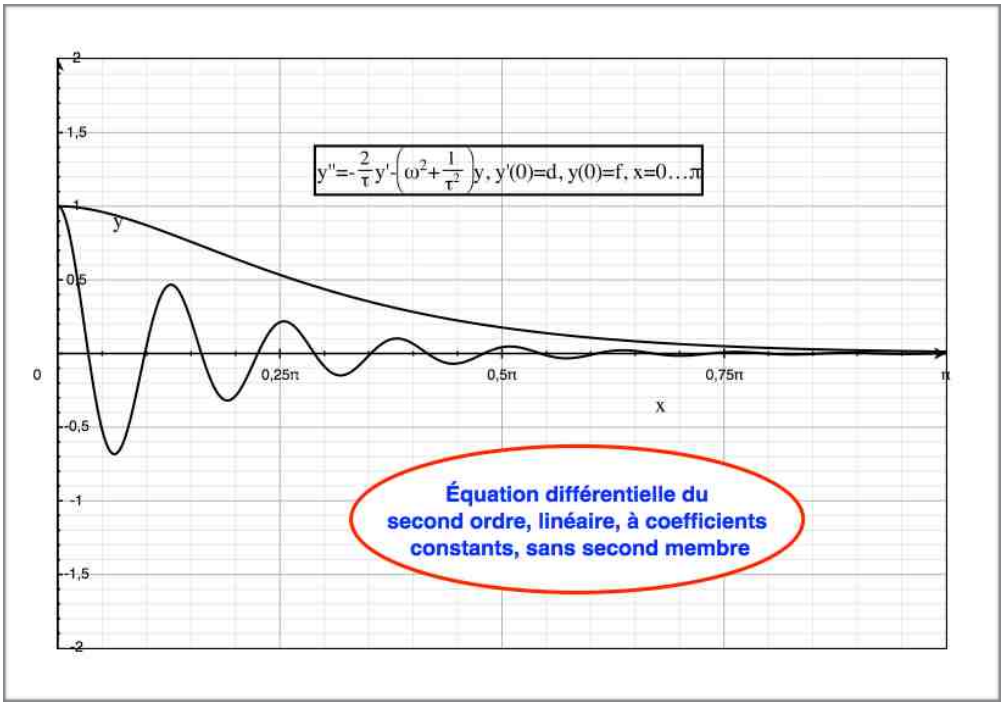
Calcul du point d'intersection de deux courbes.

Sélectionner leurs deux équations (clics avec touche ⌘ ou ⇧) > menu Équation > Recherche d'intersection… > clic sur une courbe au voisinage de l'intersection ou entrer une valeur approchée de la variable > OK.

REMARQUE CONCERNANT LES SIX CALCULS PRÉCÉDENTS : ils seront possibles ou non, leurs fenêtres, réglages, options, menus contextuels, peuvent changer, selon la forme des équations (explicites y = f(x) ou x = f(y), implicites, paramètriques), et le système de coordonnées utilisé.

EXERCICE : entrez l'équation supplémentaire simple y = x dans la liste des équations du document en cours et expérimentez avec elle tout ou partie de ces calculs ; pour le calcul d'intersection prenez une autre des équations déjà présentes.

Voici, sur la figure ci-contre, comment se présente votre graphe final (seules les solutions de l'équation différentielle sont cochées dans la liste des équations).

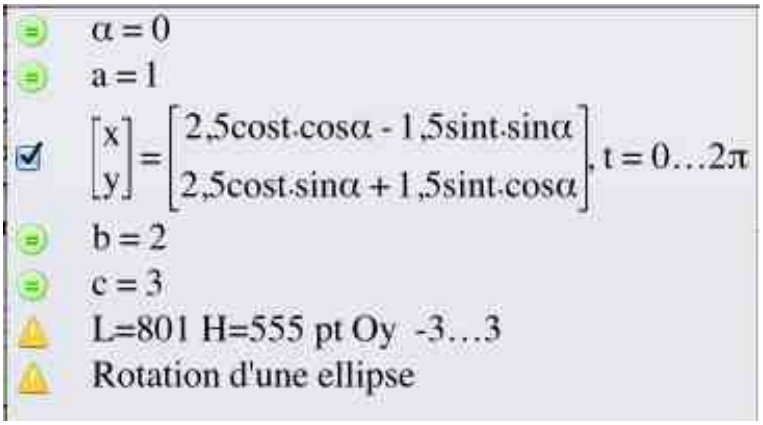


Si vous avez eu la patience d'arriver ici vous méritez un grand bravo, que dis-je, une ovation ! Un hommage à votre mémoire n'est pas de trop non plus car vous avez appris beaucoup sur Grapher.

Leçon 5 : Créer une animation (Création d'animation) en 2D et 3D.

Dans cette leçon vous allez créer des animations par un procédé différent de celui de la Leçon 3 et voir comment :

— créer des animations dans un graphe 2D ;
— préparer un document 3D ;
— créer la représentation d'une surface ;
— modifier son aspect ;
— personnaliser un graphe 3D ;
— l'animer ;
— enregistrer les animations dans un fichier Quick Time.



Création du graphe 2D.

Ouvrez un document 2D ayant les caractéristiques suivantes : modèle Margins, taille et échelle sur Oy comme indiqué sur la figure ci-contre, axe Ox égalisé sur Oy, axes cadre et grilles apparents.

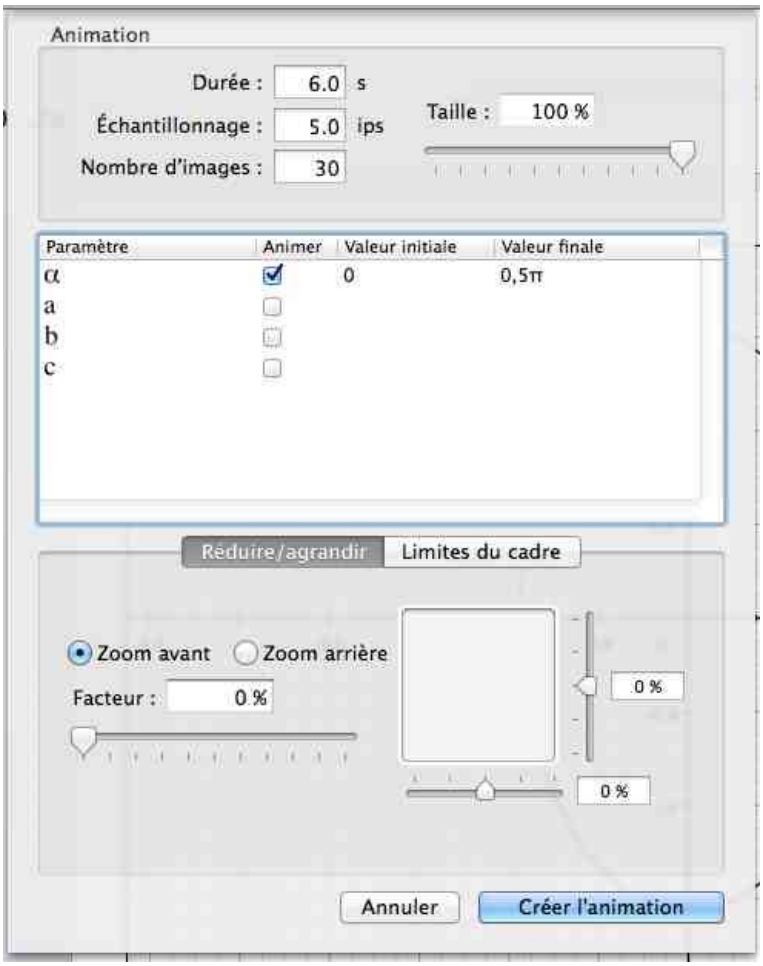
Entrez les équations et commentaires de la figure.

Personnalisez l'ellipse : résolution minimum, largeur de trait 2.0, couleur Apple Rouge.

Enregistrez fréquemment votre travail : « Leçon5-2D ».

Fenêtre d'animation 2D.

Ouvrez-la par : **menu Équation > Création d'animation...**



Elle montre trois zones :

— la première règle la séquence Quick Time **(point décimal obligatoire dans cette zone)** ;

— la suivante donne la **liste des paramètres de la liste des équations à condition (bug nr. 27) :**

• qu'ils aient une définition globale,

• qu'ils ne soient précédés dans la liste par aucune ligne comportant le triangle jaune danger,

• qu'ils ne soient précédés dans la liste par aucun groupe ;

— la troisième zone permet divers types d'animations.

Dans la liste des équations nous avions mis intentionnellement les commentaires à la fin.

Il y a quatre paramètres, mais un seul est utilisé dans une équation de courbe et donc capable d'animer un graphe.

Animations possibles en 2D.

Commencez par choisir la taille (de la fenêtre Quick Time), puis durée-échantillonnage-nombre d'images (deux de ces trois nombres). Ensuite choisissez une ou plusieurs des animations suivantes :

— Cocher un ou plusieurs paramètres > entrer valeurs initiales et finales ;
— Zoom avant ou arrière avec facteur % pour zoom général ;
— Zoom sur les échelles des abscisses et/ou des ordonnées, facteur % à choisir ;
— terminez par **clic sur « Créer l'animation ».**

• à partir de Grapher 2.5 > Nommez et enregistrez l'animation en fichier QuickTime (.mov).

• avant Grapher 2.5 : une animation intermédiaire s'ouvrait dans Grapher, que l'on pouvait ou non enregistrer en fichier QuickTime.

Bug nr. 15 : les animations en 2D par Zoom n'ont d'effets que sur les axes et les grilles, les courbes tracées restent parfaitement stables (sauf si une animation par paramètre est configurée) ; en l'état actuel de Grapher, ces animations par Zoom sont sans intérêt.

Essayez quand même les différents modes d'animations en vous aidant des données lues sur la figure.

Ouverture de la fenêtre 3D.

— Méthode 1. **En partant d'un document 2D > menu Présentation > Passer en affichage 3D > supprimer toutes les équations > menu Format > Modèle de courbe…> choisir un modèle de graphe > Appliquer ;**
— Méthode 2. **Menu Fichier > Nouveau… > Nouvelle courbe > Courbe 3D > choisir le modèle > Sélectionner.**

Régler la taille du graphe 3D.

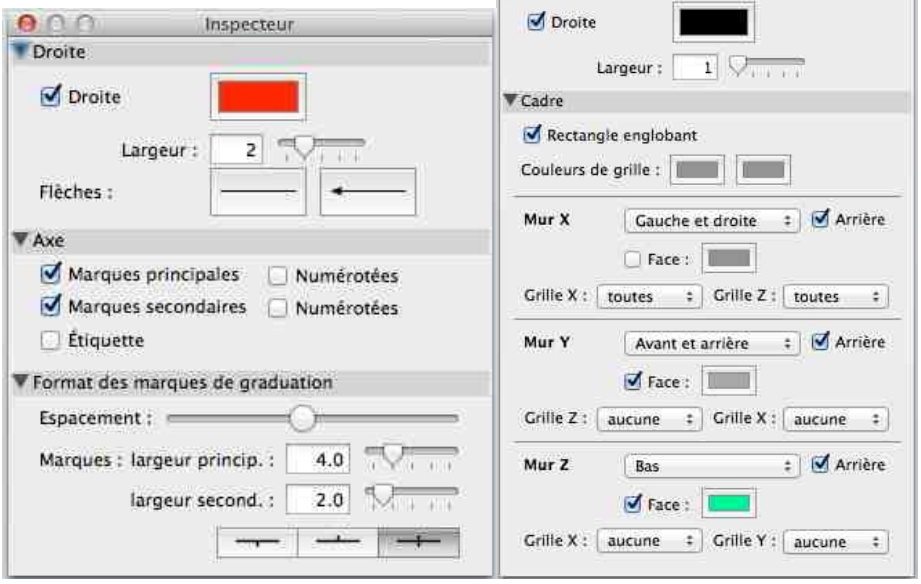
La relation entre la taille du graphe sur l'écran et ses dimensions après impression, exportation, transfert ou copié-collé dans une autre application, est la même qu'en 2D ; autrement dit un pixel sur l'écran donnera 1 pt = 1/72 inch = 0,352778 mm sur la feuille A4 après impression.

En 3D le menu Format ne permet pas de choisir les dimensions de la figure ; la seule possibilité est de modifier largeur et hauteur du champ du graphe dans la fenêtre en agissant sur les deux poignées au milieu des bordures gauche et haute, pour obtenir le nombre désiré de pixels ou points (pt).

Il faut pour cela un moyen de mesure des dimensions en pixels d'éléments affichés sur l'écran ; on peut utiliser pour cela l'application Capture > menu Capture > Sélection > affichage des dimensions en pixels du rectangle sélectionné entre les deux clics de sélection, ou après dans Aperçu > menu Outils > Inspecteur > lire L et H dans la fenêtre pop-up.

Enregistrez votre travail : « Leçon5-3D ». Le fichier .gcx conserve les dimensions de la fenêtre 3D et du champ du graphe.

Personnaliser axes, cadre et arrière-plan du graphe 3D.



CHANGER LE MODÈLE DE GRAPHE : **menu Format > Modèle de courbe… > selectionner un modèle > Appliquer,** propose les mêmes options que menu Fichier > Nouveau… > Nouvelle courbe > Courbe 3D.

ARRIÈRE-PLAN, ÉCLAIRAGE, LISSAGE : **menu Format > Disposition… > onglets Arrière-plan (couleur), Éclairage (des surfaces), Divers (lissage des droites).**

AXES ET CADRE : **menu Format > Axes et cadre… > sélectionner un axe > Modifier > réglages de l'échelle > OK > appeler l'Inspecteur > réglages largeur des traits, couleurs, marques de graduations, flèches ;** puis : **sélectionner le cadre > OK > appeler l'Inspecteur > réglage largeur des traits, couleurs, du cadre cubique et de ses faces avec grilles possibles.**

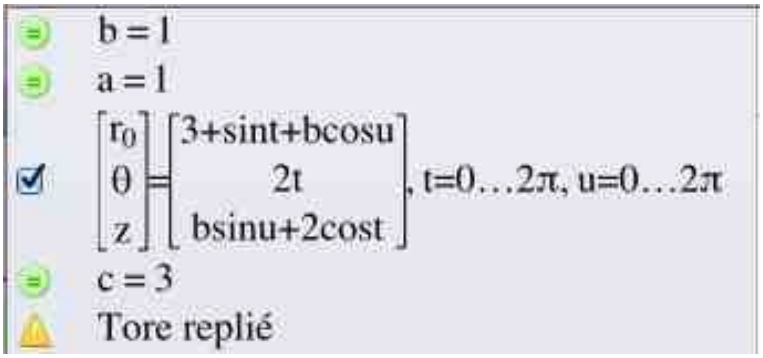
Choisissez un modèle de courbe 3D ; réglez les échelles des trois axes : -5 à 5, décocher, 1, 1, Automatique ; avec leurs Inspecteurs mettez des flèches à leurs extrémités positives.

Avec l'Inspecteur du cadre faites des essais de « murs ».

En 3D il n'y a ni étiquette ni graduation chiffrée sur les axes.

Enregistrez votre travail.

Entrer les équations 3D.



Elles figurent sur la copie d'écran ci-contre. Après cette opération, pensez à **enregistrer le document en cours.**

Pas de commentaires sur les dimensions du graphe et échelles d'axes comme en 2D : l'enregistrement de ces informations se fait bien en 3D et les bugs nr. 1 et 2 ne s'appliquent qu'aux documents 2D. Comme en 2D plus haut, commentaires après les paramètres.

Modifier, personnaliser les courbes 3D et surfaces.

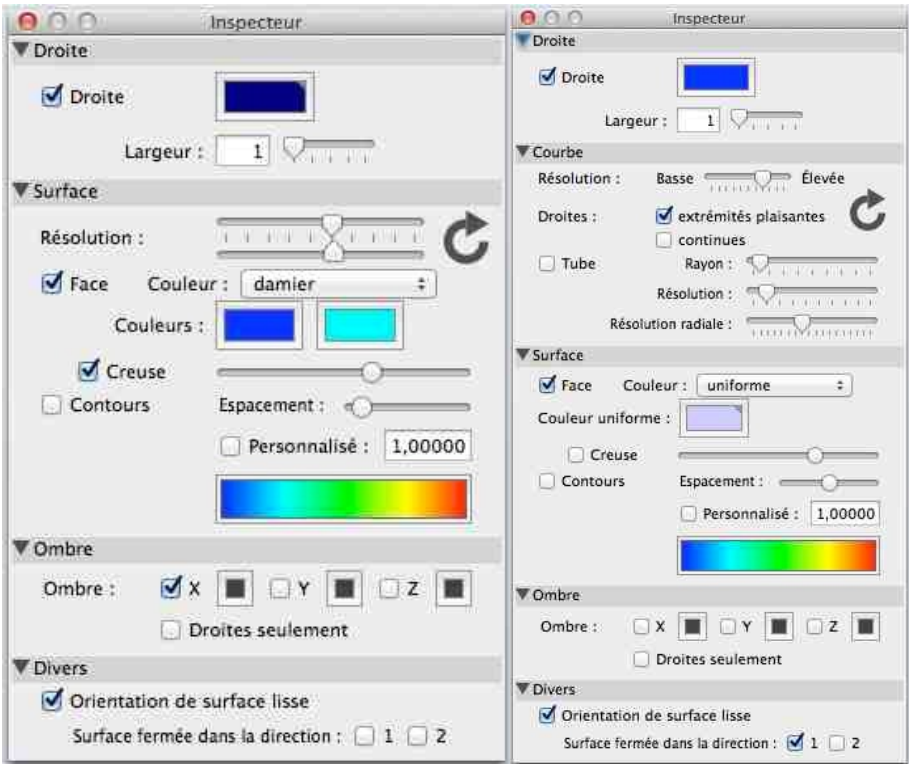
Clic sur l'équation > appeler l'Inspecteur > réglages divers de la surface.

Les figures suivantes vous montrent : à gauche l'inspecteur affecté au travail en cours (Tore replié), à droite un autre type d'inspecteur pour une courbe 3D, en bas une image du graphe final.

Mise en page du graphe 3D.

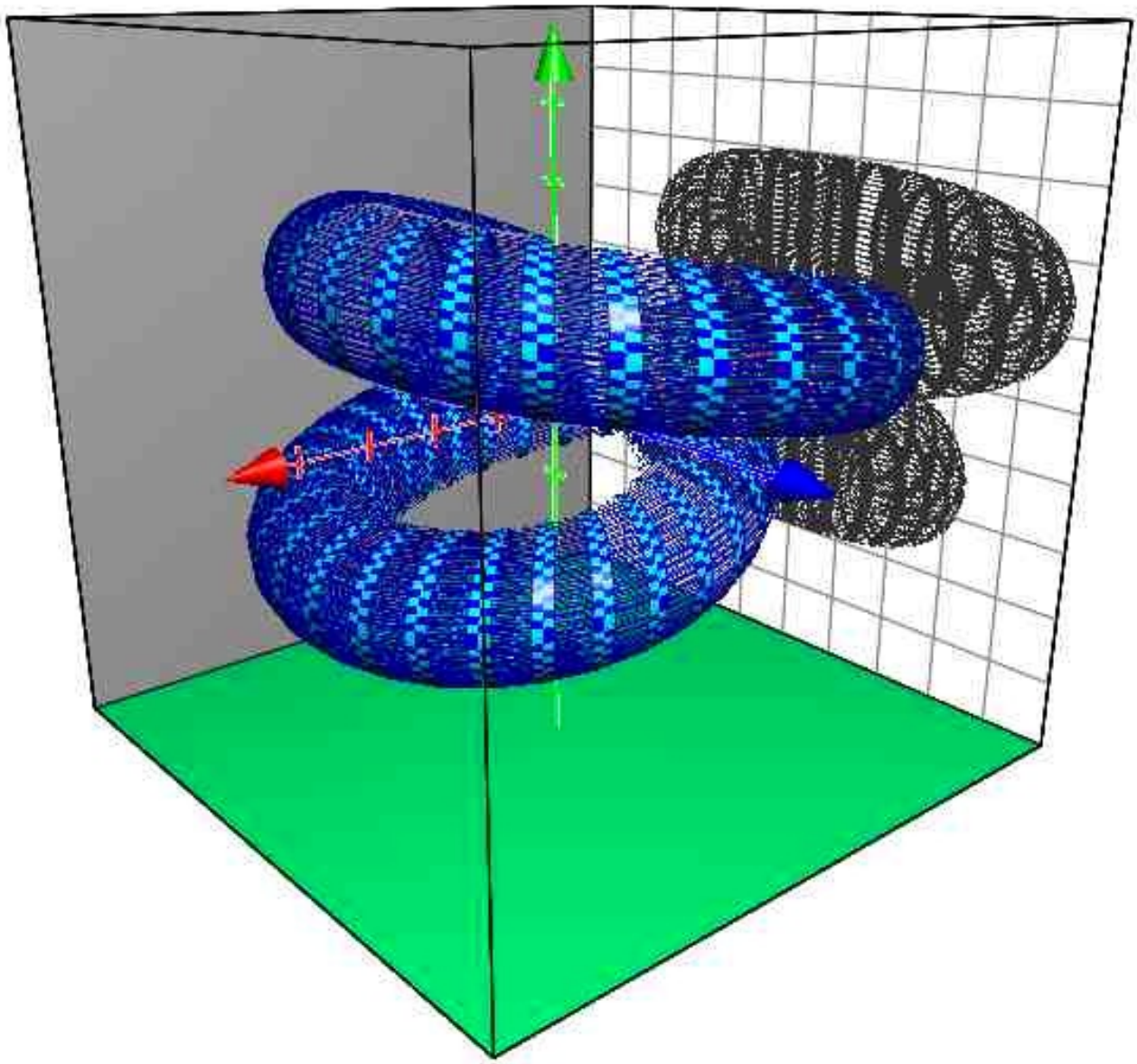
Les commandes à votre dispositions sont :

- **⇧ souris pour agrandir / réduire la figure ;**
- **⌘ souris pour déplacer la figure ;**
- **⌥ souris pour rotation de l'image autour d'un axe perpendiculaire au plan de l'écran et passant par l'origine des axes de coordonnées ;**
- **souris pour rotations autour de deux axes dans le plan de l'écran et passant par l'origine des axes de coordonnées.**



Essayez de reproduire cet aspect du graphe en utilisant les commandes ci-dessus, l'inspecteur du cadre et celui de la surface (la vue ci-contre de ce dernier vous montre les réglages adoptés pour la surface).

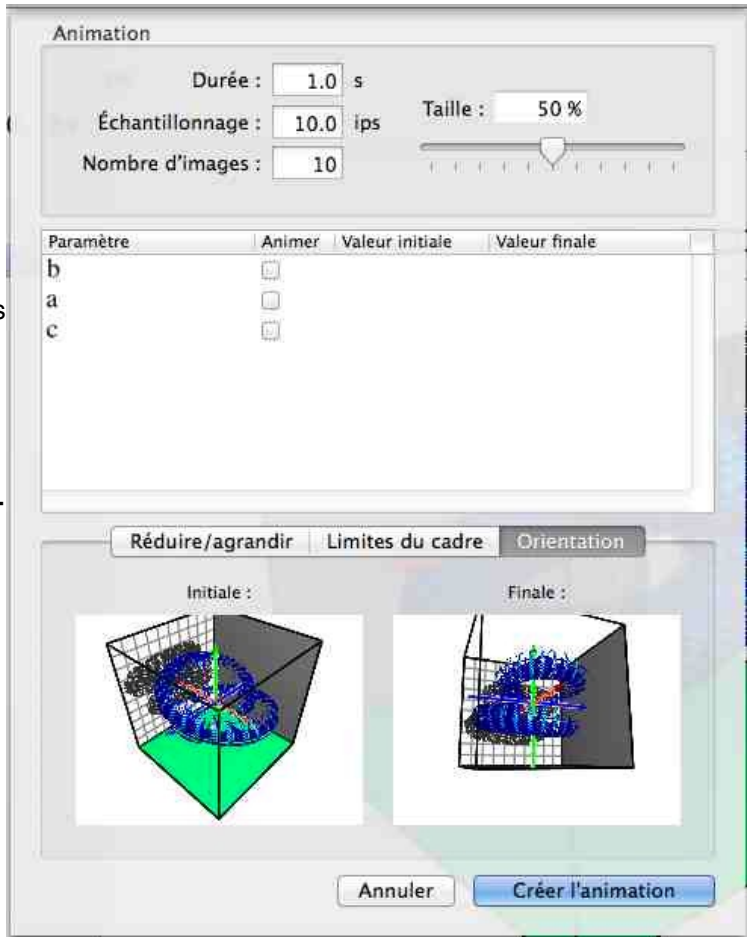
Enregistrez votre travail !



Fenêtre d'animation 3D.

Menu Équation > Création d'animation… > fenêtre des réglages de l'animation.

La seule animation 3D possible par ce moyen est celle obtenue avec l'onglet « **Orientation** » de la fenêtre Animation repprésentée ci-contre. **(Cf. bug nr. 16)**



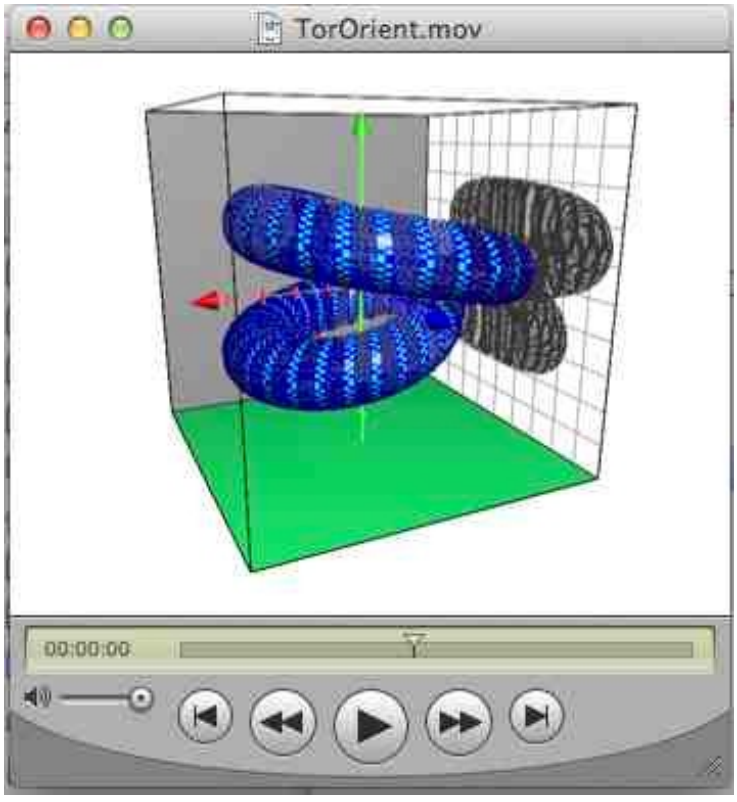
Les deux images réduites du graphe obéissent aux commandes de mises en page de ce dernier et permettent de construire une animation en **choisissant deux vues différentes > Créer l'animation >** puis :

• à partir de Grapher 2.5, **nommez et enregistrez l'animation comme fichier QuickTime (.mov).**

• avant Grapher 2.5, **fenêtre d'essai de l'animation > enregistrement éventuel en fichier Quick Time (.mov).**

En 3D les animations de paramètres sont possibles par la procédure « menu Équation > Animation de paramètre » dejà étudiée en leçon 3 pour les graphes 2D.

Utilisez l'onglet Orientation, choisissez images initiale et finale, créez votre animation, testez-la, enregistrez et visionnez le fichier Quick Time dans cette application comme dans la vue ci-dessous :



Félicitations ! Vous avez appris une autre façon de créer des animations, et surtout à utiliser Grapher en 3D. Vous en connaissez maintenant beaucoup sur cette application, cependant **n'oubliez pas les nombreux bugs de Grapher et relisez souvent le chapitre qui les décrit.**

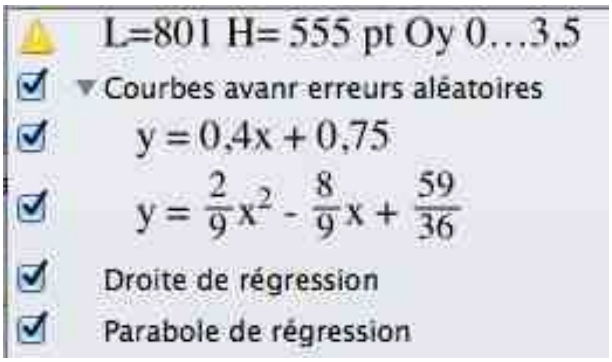
Leçon 6 : Traiter un ensemble de points (Courbe de régression).

Dans cette leçon, vous allez apprendre à tracer des graphes de points, et de façon plus détaillée :

— définition des ensembles de points ;
— entrée manuelle des données d'un ensemble de points ;
— importation des données d'un fichier TXT (.txt), formats pour ce type de fichier ;
— exportation des données d'un ensemble de points de Grapher ;
— traitement de mesures ou de données statistiques avec calculs de courbes de régression ;
— dessin de figures avec des ensembles de points.

Préparation du document.

Créez un document 2D modèle Margins, taille et axes comme définis ci-contre, entrez les équations indiquées.



Pour entrer les deux lignes **Ensembles de points**, ici notées « Droite de régression » et « Parabole de régression » :

— soit menu Équation > Nouvel ensemble de points ;

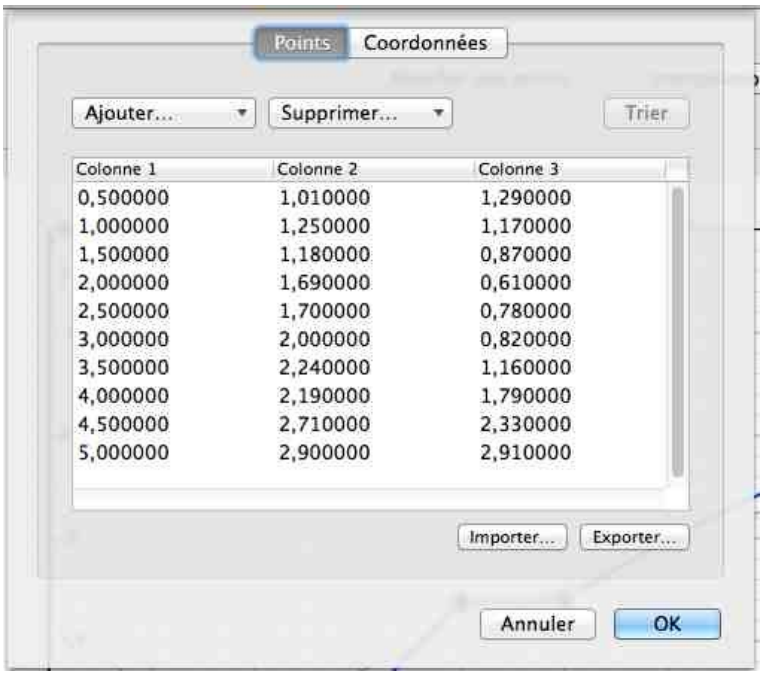
— soit clic sur bouton [+] au bas de la liste des équation > menu contextuel > Nouvel ensemble de points ;

— soit ⌘⌥P (raccourci clavier).

Titrer un ensemble de points : double clic sur la ligne > taper le nom.

L'ensemble de points de Grapher.

C'est un tableau de coordonnées de points du graphe en 2D ou 3D : une ligne par point, nombre de colonnes supérieur ou égal au nombre de coordonnées, affectation d'une colonne à chaque coordonnée, système de coordonnées au choix (voir figures ci-contre).



Entrée manuelle des données des points.

Cliquez sur l'ensemble de points (le premier) **dans la liste des équations > Modifier les points… > Points > sélectionnez les lignes existantes (utilisez les touches ⇧ ou ⌘) > effacez-les (touche Retour arrière) > OK,** ce qui efface les points « par défaut » sur le graphe.

Modifier les points… > Points > avec les menus contextuels Ajouter et Supprimer, créez les nombres de lignes (ici 10) **et de colonnes** (ici 3) **correspondants au nombre de points et à celui de leurs coordonnées.**

Par double clic sur chaque nombre entrez les valeurs du tableau ci-contre > Onglet Coordonnées > Système cartésien > affectez la colonne 1 à x et la 2 à y > OK > les 10 points apparaissent sur le graphe.

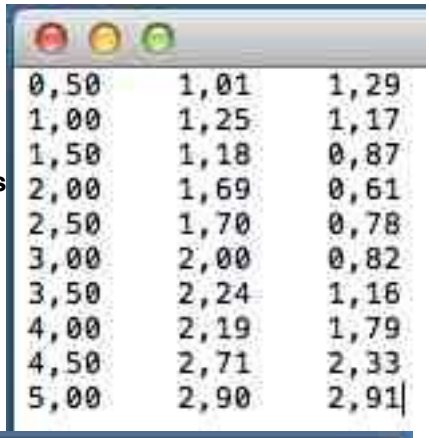
Vous avez entré 30 coordonnées pour 10 points en trois colonnes : la première pour les abscisses, les deux autres à choisir pour les ordonnées ce qui permettra finalement deux nuages de points sur le graphe.

Importation des données des points d'un fichier TXT (.txt).

Les données ci-dessus ont été copiées dans des fichiers TXT (.txt) (voir les deux figures suivantes) sous deux des formats, en colonnes et en ligne, acceptés par Grapher.

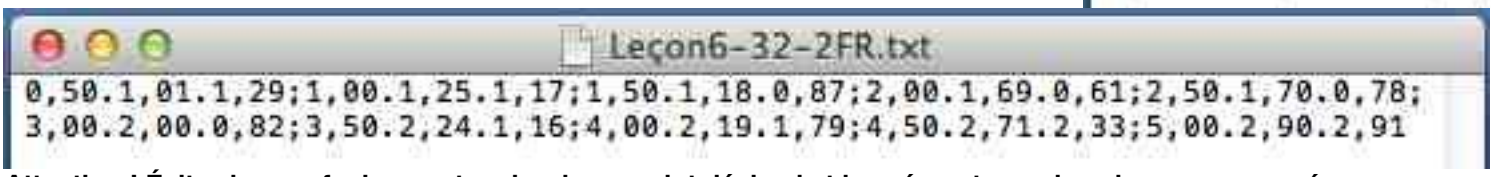
(Voir maintenant ANNEXE 1 : du tableur à Grapher)

FORMAT EN COLONNES (Tab Delimited Text) : une colonne par coordonnée, une ligne par point, séparateur de coordonnées par touche tabulation. **Importation : Modifier les points… > supprimez les lignes, réglez les colonnes > Importer… > décocher Séparateurs de colonnes et de rangées à utiliser > sélectionner le fichier .txt > Ouvrir > Onglet Coordonnées > Système cartésien > affectez la colonne 1 à x et la 2 à y > OK > les 10 points apparaissent sur le graphe.**



0,50	1,01	1,29
1,00	1,25	1,17
1,50	1,18	0,87
2,00	1,69	0,61
2,50	1,70	0,78
3,00	2,00	0,82
3,50	2,24	1,16
4,00	2,19	1,79
4,50	2,71	2,33
5,00	2,90	2,91

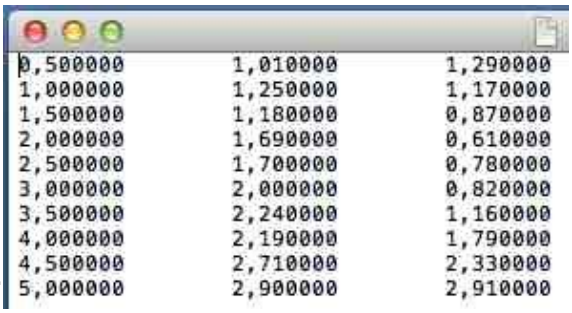
FORMAT EN LIGNE : points successifs séparés par un point-virgule, pour chaque point coordonnées dans le même ordre séparées par un point. **Importation : comme ci-dessus mais cocher Séparateurs de colonnes à utiliser « . » et « ; » pour les rangées.**



Attention ! Évitez les confusions entre virgule ou point décimal et les séparateurs de colonnes ou rangées.

Exportation des coordonnées de points de Grapher.

Sélectionnez l'ensemble de points > Modifier les points… > Exporter… > choisissez les options des séparateurs (décochez) et nombre de chiffres (cochez), un nom et une place (Desktop) pour le fichier > Enregistrer.
Vous obtenez la figure ci-contre avec des virgules décimales si votre ordinateur est configuré en français.



0,500000	1,010000	1,290000
1,000000	1,250000	1,170000
1,500000	1,180000	0,870000
2,000000	1,690000	0,610000
2,500000	1,700000	0,780000
3,000000	2,000000	0,820000
3,500000	2,240000	1,160000
4,000000	2,190000	1,790000
4,500000	2,710000	2,330000
5,000000	2,900000	2,910000

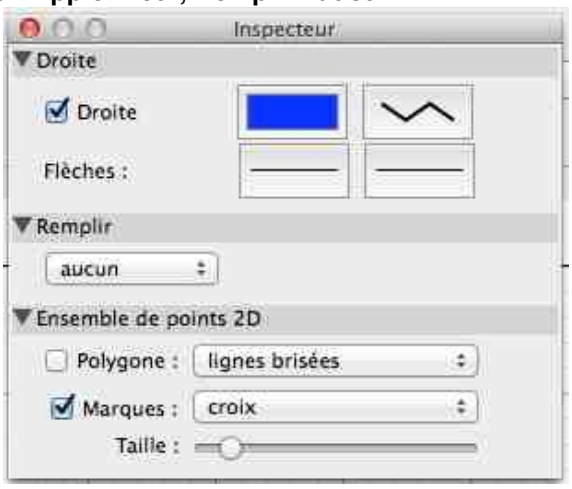
Astuce pour remplacer remplacer un caractère par un autre dans un fichier TXT (.txt) :
Double clic > ouverture dans TextEdit > menu Édition > Rechercher > Rechercher et remplacer… > Rechercher « , » Remplacer par « . » > Tous > menu Fichier > enregistrez-le.

Entrez les données du second ensemble de points de votre document.

Appliquez au fichier que vous venez de sauvegarder la procédure décrite plus haut à « FORMAT EN COLONNES » ; seule modification : **affectez la colonne 3 à y** comme le montre la figure ci-contre.

Personnalisation des points et courbes.

Sélectionnez l'ensemble « Droite de régression » par clic dans la liste des équations ou sur un de ses points sur le graphe > appelez l'Inspecteur (vue ci-contre).
Décochez Polygone (liens entre les points) ; cochez Marques et Droite, choisissez croix, réglez leur taille ; clic sur le bouton zig-zag, régler l'épaisseur des traits à 2.0 ; clic sur le bouton couleur, choisir Apple Bleu ; Remplir : aucun.
Clic dans le graphe pour désélectionner.



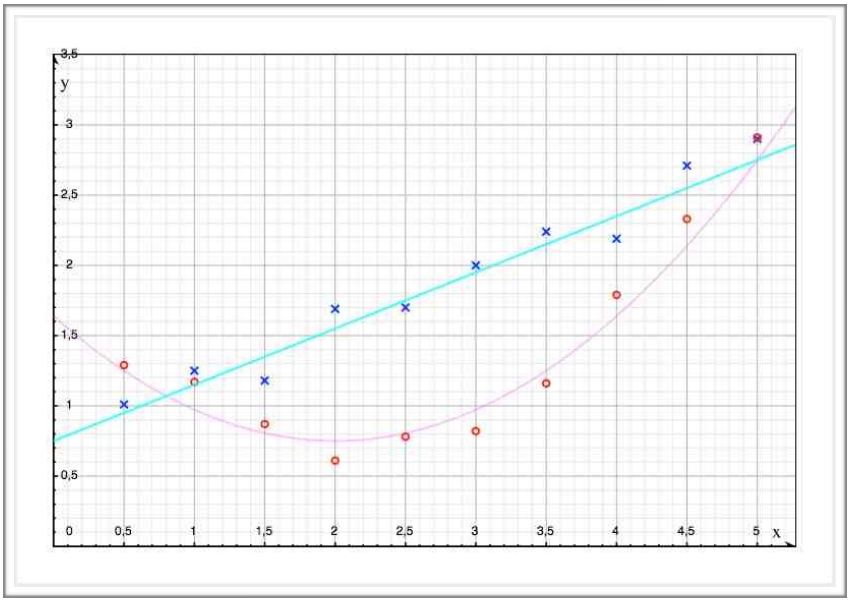
Nota : les deux boutons couleur et zig-zag de la rubrique Droite jouent sur les traits des Marques et Polygones ; Remplir sert pour l'intérieur des marques cercle, carré, losange.

Effectuez le même travail pour l'ensemble « Parabole de régression », avec Marques « cercle », couleur Apple Rouge.

Pour la droite de la première équation : trait de 2.0, Apple Cyan ;
Pour la parabole de la seconde équation : trait de 2.0, Apple Magenta.

ENREGISTREZ FRÉQUEMMENT VOTRE DOCUMENT.

Votre graphe doit ressembler à cette figure :



Quels problèmes résoudre avec les ensembles de points ?

Premier exemple : un phénomène physique mesuré par une grandeur y, dépend d'un réglage mesuré par la grandeur x ; les appareils mesurent x et y avec des erreurs. On recherche à l'aide du graphe la fonction y = f(x) la plus pertinente.

Second exemple : une étude statistique semble montrer qu'une caractéristique mesurée par y semble dépendre d'une autre caractéristique x. On recherche avec le graphe une fonction y = f(x) possible et une évaluation de sa pertinence.

Que peut faire Grapher ? Il utilise les points (x, y) et un type de courbe choisi par l'utilisateur, et calcule l'équation de cette courbe qui minimise la somme χ^2 des carrés des écarts en ordonnée entre les points mesurés et cette courbe. Autrement dit Grapher détermine la courbe de régression de y par rapport à x selon le critère des moindres carrés ; Grapher affiche la somme χ^2 des carrés des écarts ; si la courbe est une droite, une astuce permet le calcul de la droite de régression de x par rapport à y, et d'en déduire le coefficient de corrélation entre x et y ; enfin le logiciel trace la courbe sur le graphe.

D'où proviennent nos points ? En partant des équations d'une droite et d'une parabole (les deux équations que vous avez placées dans la liste), on a pris 10 valeurs de x (faible nombre permettant de remplir à la main le tableau de l'ensemble de points), et fait calculer par Numbers les valeurs correspondantes de y pour chaque équation en y ajoutant des valeurs aléatoires comprises entre -0,25 et +0,25.

Calcul de la droite de régression (régression affine).

Décochez les deux équations et le second ensemble de points (Parabole de régression) de la liste pour effacer leurs courbes et points sur le graphe. Cochez l'ensemble Droite de régression.

En regardant le nuage de points, il apparaît qu'une droite représenterait assez bien la relation entre y et x ; si vous êtes en accord avec moi sur ce point, entrez une nouvelle équation proche de la première y = 0,4x +0,75 et essayez d'ajuster les deux coefficients pour que la droite « colle » au mieux avec les points.

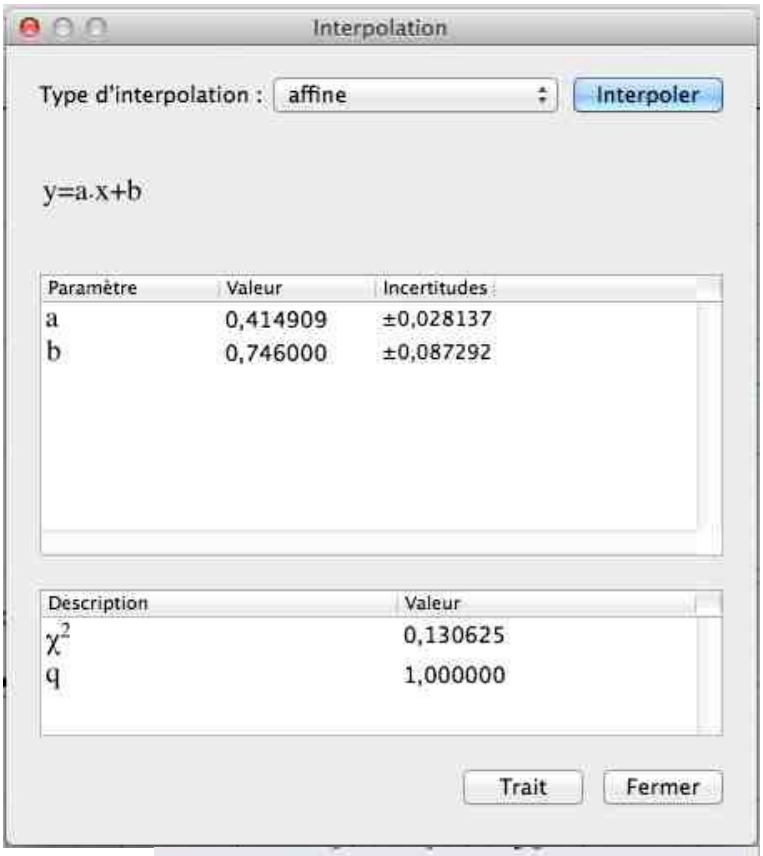
Maintenant faites travailler Grapher :

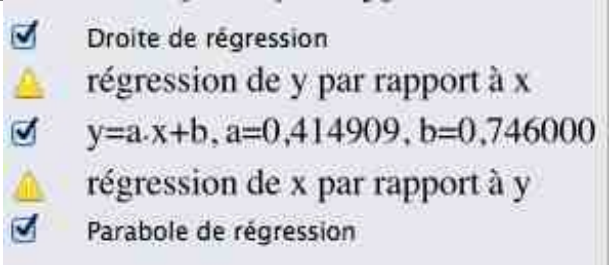
Sélectionnez l'ensemble de points « Droite de régression » > Interpolation… > Type d'interpolation : affine > Interpoler > Trait > la fenêtre (figure ci-contre) vous donne les résultats :

— a = coefficient de régression de y par rapport à x ;
— b = ordonnée de la droite pour une abscisse nulle ;
— les incertitudes sur ces deux coefficients ;
— χ^2 = somme des carrés des écarts en ordonnée entre les points et la droite de régression.

Nota : le résultat « q » est toujours égal à 1 et n'existe que pour l'interpolation affine ; que représente-t-il ?

La droite de regression est tracée sur le graphe ; personnalisez-la avec l'Inspecteur, trait de 2.0, couleur Apple Bleu, glissez-déposez son équation sous la ligne de l'ensemble de point correspondant.

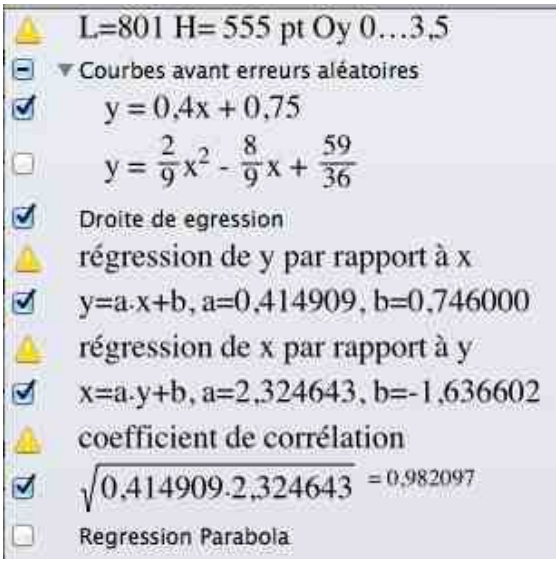




Ajoutez deux lignes de commentaires dans la liste des équations comme indiqué ci-contre.

Enfin : **clic sur le bouton Fermer de la fenêtre des résultats de l'interpolation.**

Calcul de la droite de régression de x par rapport à y.



Grapher ne connaît que la régression de y par rapport à x (écarts selon Oy) ; celle que nous voulons maintenant minimise les carrés des écarts selon Ox. D'où les opérations suivantes :

Sélectionnez l'ensemble de points « Droite de régression » > Modifier les points… > Coordonnées > affectez la colonne 2 à x et la 1 à y > OK, dans le graphe les points prennent une position symétrique par rapport à la première bissectrice y = x **> Interpolation… > affine > Interpoler > Trait > Fermer,** nouvelle équation de droite dans la liste, tracée sur le graphe.

Sélectionnez la nouvelle équation > permutez y avec x > touche Retour > rangez-la au bon endroit (cf. figure ci-contre) ; c'est l'équation de la droite de régression de x par rapport à y, a est le coefficient du même nom ; personnalisez-la : largeur 2.0, couleur Apple Vert ; sur le graphe les deux droites de régression sont très voisines, proches également de la droite des « Courbes avant erreurs aléatoires ».

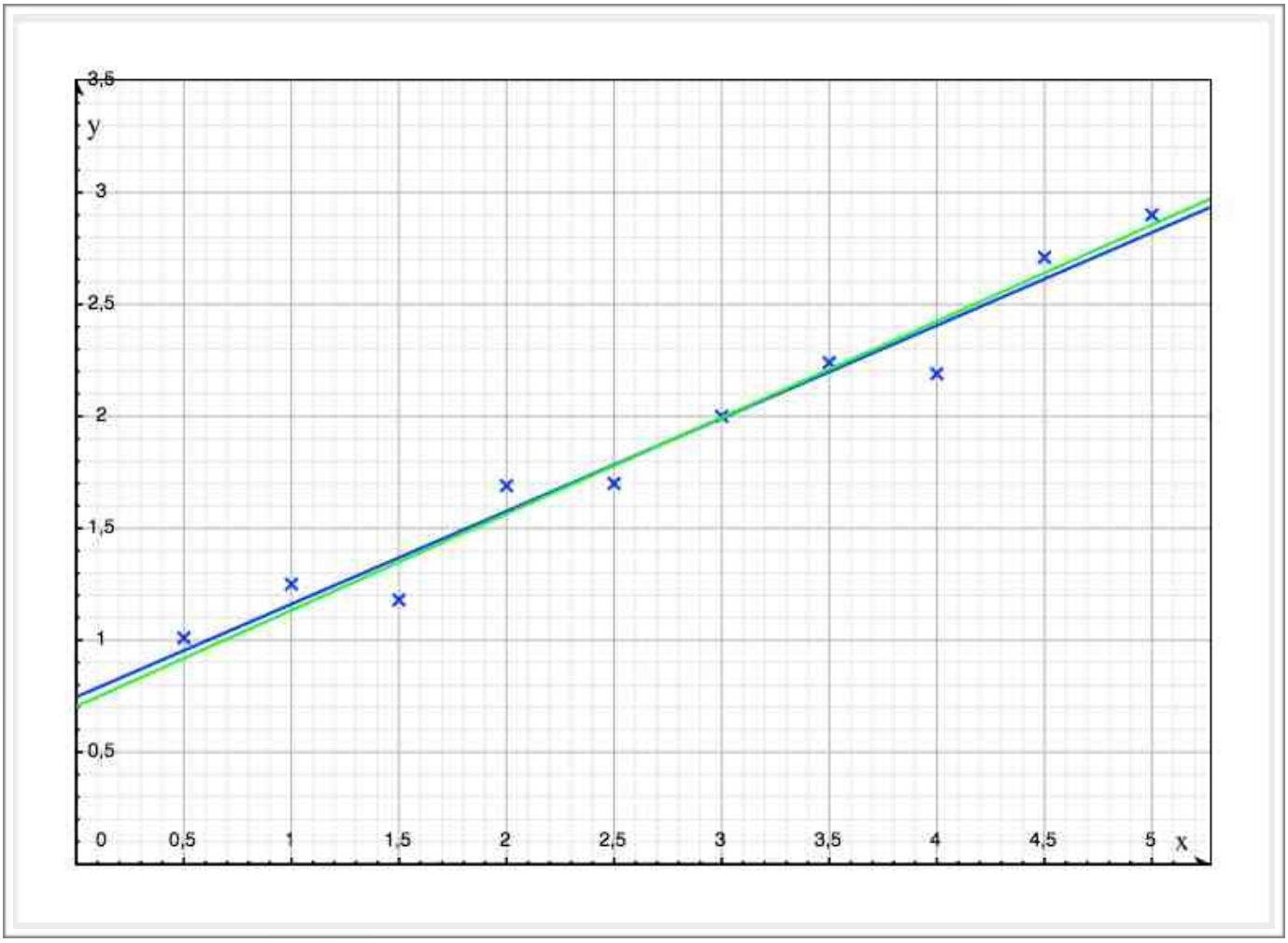
Sélectionnez l'ensemble de points > rétablissez l'affectation normale des colonnes, 1 à x et 2 à y.

Calcul du coefficient de corrélation linéaire entre x et y.

Sa valeur absolue est la racine carrée du produit des coefficients de régression de y par rapport à x et de x par rapport à y ; plus il est proche de 1, meilleure est la corrélation. Faites le calculer par Grapher en vous inspirant de la liste des équations ci-dessus.

ENREGISTREZ FRÉQUEMMENT VOTRE DOCUMENT.

Voici à quoi doit ressembler votre graphe maintenant (avec les points et les deux droites de régression) :



Nota : les résultats fournis par Grapher pour les deux droites de régression ont été vérifiés par calcul manuel, les valeurs des a, b , leurs écarts-types, χ^2 , sont exacts (pour six chiffres significatifs).

Calcul d'une courbe de régression non affine.

Vous allez utiliser le second ensemble de points pour calculer une courbe de régression, autre qu'une droite, toujours selon le critère des moindres carrés.

Dans la liste des équations, décochez tout sauf l'ensemble de points «Parabole de régression », ensuite :

Sélectionnez cet ensemble > Interpolation… > essayez successivement :

— **affine :** $\chi^2 = 2{,}4915$ et graphe mal adapté ;

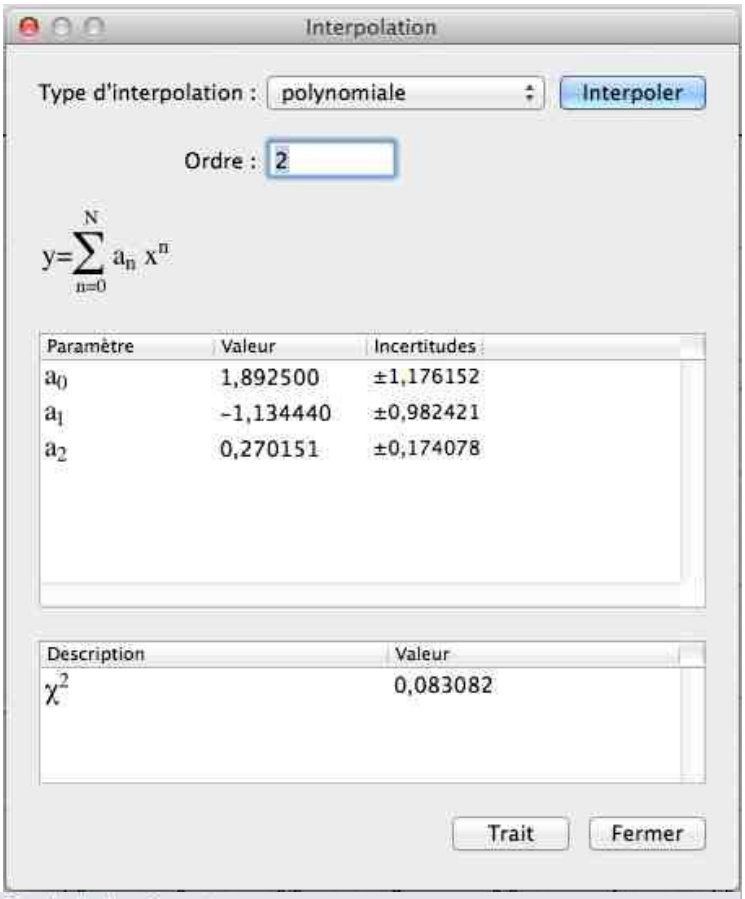
— **exponentielle :** $\chi^2 = 0{,}6148$ graphe un peu mieux ;

— **polynomiale > ordre 5 > touche Retour :** graphe très bien, $\chi^2 = 0{,}0299$, mais équation compliquée ;

— **polynomiale > ordre 4 > touche Retour :** graphe très bien, $\chi^2 = 0{,}0279$, meilleur mais encore compliqué ;

— **polynomiale > ordre 3 > touche Retour :** graphe très bien, $\chi^2 = 0{,}0826$, mais encore trop compliqué ;

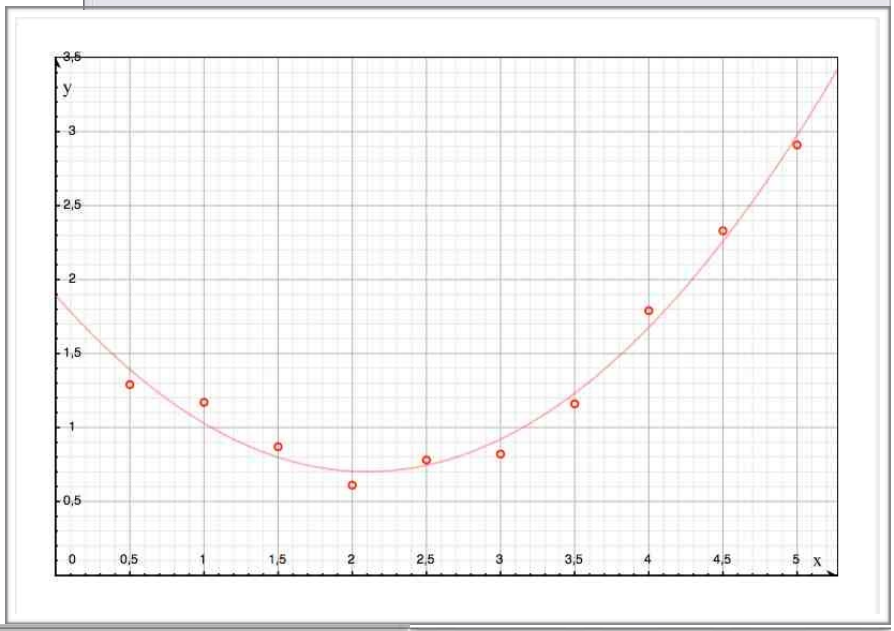
— **polynomiale > ordre 2 > touche Retour :** graphe satisfaisant, $\chi^2 = 0{,}08319$, équation assez simple ; cette option devrait vous plaire, donc **> Trait > Fermer,** ce qui trace le graphe et entre l'équation de la courbe de régression (parabole) dans la liste. Résultats dans la fenêtre ci-contre.



Personnalisez la courbe : largeur 2.0, couleur Apple Rouge.

L'équation de la courbe de régression figure maintenant dans la liste des équations comme sur cette figure :

Voici le graphe correspondant, avec les points et la parabole de régression :



En cochant la deuxième équation de la liste vous pouvez comparer cette parabole avec celle qui a servi de base pour le calcul des points ; elles se rapprocheraient davantage si ceux-ci étaient en plus grand nombre.

Il est possible de proposer au calcul de régression par Grapher une équation personnelle avec une liste de coefficients.

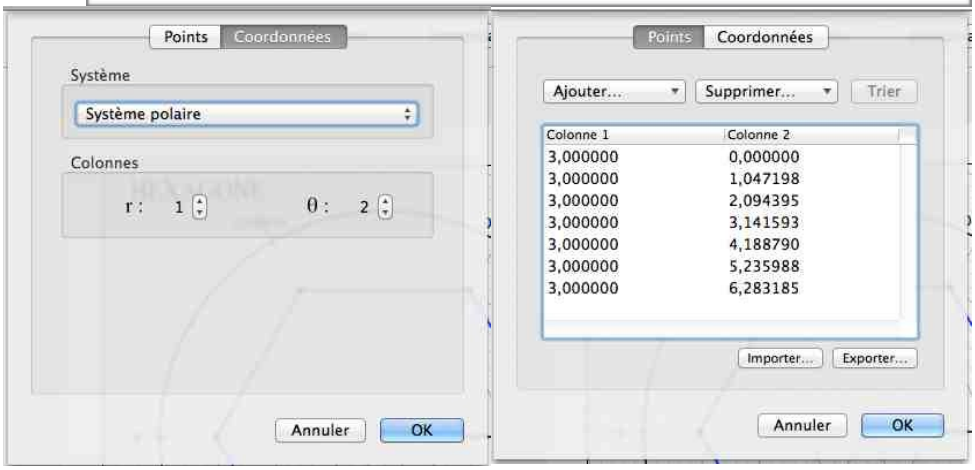
Les ensembles de points existent aussi en 3D avec calculs de surfaces de régression.

Dessiner avec les ensembles de points.

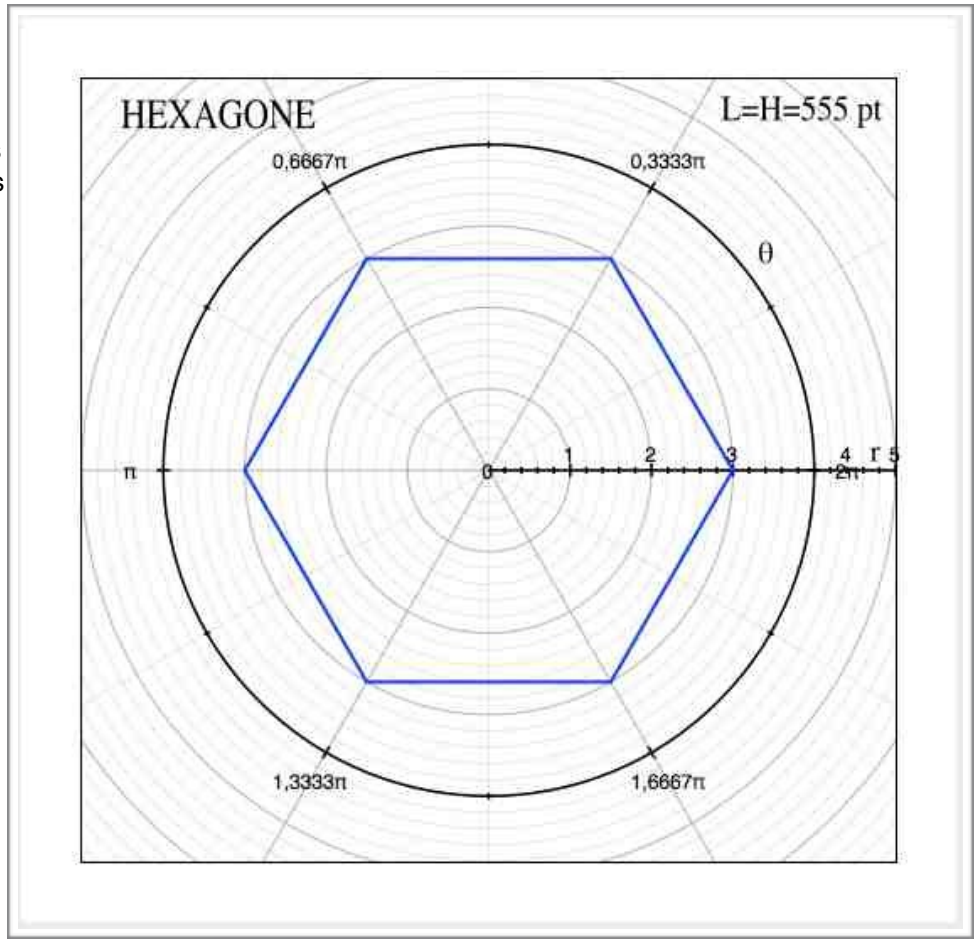
L'option « Polygone » de l'Inspecteur des ensembles de points, lorsqu'elle est cochée, relie les points entre eux, dans leur ordre d'inscription sur leur tableau de données.

Les angles polaires ont été entrés sous la forme « n.π / 3 » avec n entier de 0 à 6 soit 1 de plus pour fermer la figure.

Pour obtenir π au clavier, taper « ⌥P ».



Essayez de reproduire ce graphe polaire avec les informations de ces trois figures, des options du menu Format, des Inspecteurs des axes et des ensembles de points, de l'éditeur d'équations et des commandes du menu Objet.



La page suivante, « Annexe à la Leçon 6 », expose les équations utilisées par Grapher pour traiter la régression affine.

Vous venez de terminer cette sixième et dernière leçon d'initiation à Grapher. Vous avez fait preuve de détermination et patience, cela mérite des applaudissement !

Ce logiciel est livré avec des exemples (attention aux **bugs nr. 6.1 et 6.2)** qui vous montrerons d'autres possibilités de Grapher, champs scalaires, champs de vecteurs, séries, des astuces de présentation, des règles de syntaxe des expressions mathématiques, etc.

Les deux **chapitres suivants** exposeront en détail les **systèmes de coordonnées** et la **syntaxe des expressions.**

Annexe à la Leçon 6 : Formulaire de la régression affine

Définitions.

n points de mesures (x_i, y_i) $\quad \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_1^n x_i \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_1^n y_i$

a_y coefficient de régression de y par rapport à x

a_x coefficient de régression de x par rapport à y

Droite de régression de y par rapport à x.

$a_y = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}$; $b_y = \bar{y} - a_y \cdot \bar{x}$; équation : $Y = a_y X + b_y$ qui minimise :

$\chi_y^2 = \sum_1^n (y_i - Y_i)^2 = \sum_1^n y_i^2 - b_y \cdot \sum_1^n y_i - a_y \cdot \sum_1^n x_i y_i$; avec $Y_i = a_y x_i + b_y$

Droite de régression de x par rapport à y.

$a_y = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_1^n (y_i - \bar{y})^2}$; $b_x = \bar{x} - a_x \cdot \bar{y}$; équation : $X = a_x Y + b_x$ qui minimise :

$\chi_x^2 = \sum_1^n (x_i - X_i)^2 = \sum_1^n x_i^2 - b_x \cdot \sum_1^n x_i - a_x \cdot \sum_1^n x_i y_i$; avec $X_i = a_x y_i + b_x$

Coefficient de corrélation.

$r_{xy} = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_1^n (y_i - \bar{y})^2}} = \pm\sqrt{a_y \cdot a_x}$; si ± 1 forte corrélation entre x et y
si 0 aucune corrélation entre x et y

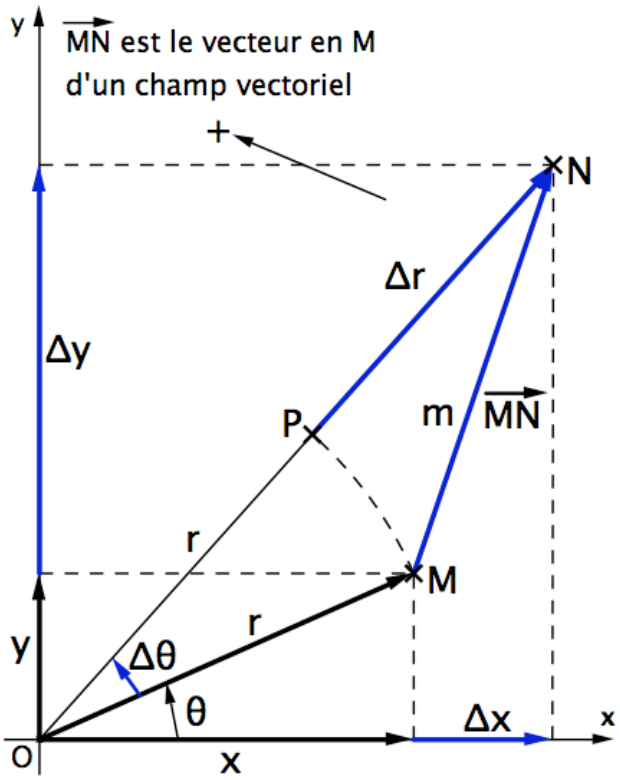
Erreurs, écarts-types.

Sur les mesures y_i : $\widehat{\sigma_y} = \sqrt{\frac{\chi_y^2}{n-2}}$; sur a_y : $\widehat{\sigma_{ay}} = \frac{\widehat{\sigma_y}}{\sqrt{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}}$; sur b_y : $\widehat{\sigma_{by}} = \frac{\widehat{\sigma_y}}{\sqrt{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n}\sum_1^n x_i^2}$

Sur les mesures x_i : $\widehat{\sigma_x} = \sqrt{\frac{\chi_x^2}{n-2}}$; sur a_x : $\widehat{\sigma_{ax}} = \frac{\widehat{\sigma_x}}{\sqrt{\sum_1^n (y_i - \bar{y})^2}}$; sur b_x : $\widehat{\sigma_{bx}} = \frac{\widehat{\sigma_x}}{\sqrt{\sum_1^n (y_i - \bar{y})^2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n}\sum_1^n y_i^2}$

Systèmes de coordonnées de Grapher

Coordonnées des points et vecteurs en 2D.



Coordonnées 2D.

Cartésiennes : $M(x, y)$; $\overrightarrow{MN}(\Delta x, \Delta y)$; $N(x+\Delta x, y+\Delta y)$

Polaires : $M(r, \theta)$; $\overrightarrow{MN}(\Delta r, \Delta\theta)$; $N(r+\Delta r, \theta+\Delta\theta)$

Module du vecteur : $\left|\overrightarrow{MN}\right| = m$

Noms et domaines de variation :

abscisse x, ordonnée y :]-∞ ; +∞[

radiale (rayon) r :]-∞ ; +∞[en entrée, [0 ; +∞[en sortie

angulaire (angle polaire) θ: [0 ; 2π] ou [-π ; +π] selon le choix, commun avec atan2(y,x), fait dans les Préférences.

Conversion des coordonnées du point.

$$\begin{cases} x = r\cdot\cos\theta \\ y = r\cdot\sin\theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{x^2+y^2} \\ \theta = \text{atan2}(y,x) \end{cases}$$

Conversion des coordonnées du vecteur.

Relations approximatives (UTILISÉES PAR GRAPHER) :

$$\begin{cases} \Delta x = \Delta r\cdot\cos\theta - r\cdot\sin\theta\cdot\Delta\theta \\ \Delta y = \Delta r\cdot\sin\theta + r\cdot\cos\theta\cdot\Delta\theta \end{cases}$$

relations exactes si Δx, Δy, Δr, Δθ sont des infiniments petits ; elles seront d'autant plus précises que Δx, Δy, Δr, Δθ seront petits, donc que m << r ou que Δx/x, Δy/y, Δr/r << 1 et Δθ << 1 rad .

Alors que les relations exactes (NON UTILISÉES PAR GRAPHER) devraient être :

$$\begin{cases} \Delta x = (r+\Delta r)\cdot\cos(\theta+\Delta\theta) - r\cdot\cos\theta \\ \Delta y = (r+\Delta r)\cdot\sin(\theta+\Delta\theta) - r\cdot\sin\theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta r = \sqrt{(x+\Delta x)^2+(y+\Delta y)^2} + \sqrt{x^2+y^2} \\ \Delta\theta = \text{atan2}(y+\Delta y,\ x+\Delta x) - \text{atan2}(y,\ x) \end{cases}$$

Module du vecteur $\overrightarrow{MN}$ (exact) : $m = \sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2} = \sqrt{r^2+(r+\Delta r)^2 - 2r\cdot(r+\Delta r)\cdot\cos\Delta\theta}$

Conséquences sur le tracé (graphe) des champs vectoriels.

Les tracés sont calculés à partir des Δx Δy entrés pour définir le champ, ou obtenus par les relations approximatives de conversion si les entrées sont Δr Δθ ; dans ce dernier cas le graphe sera d'autant plus erroné que le module m du vecteur ne sera plus négligable devant r.

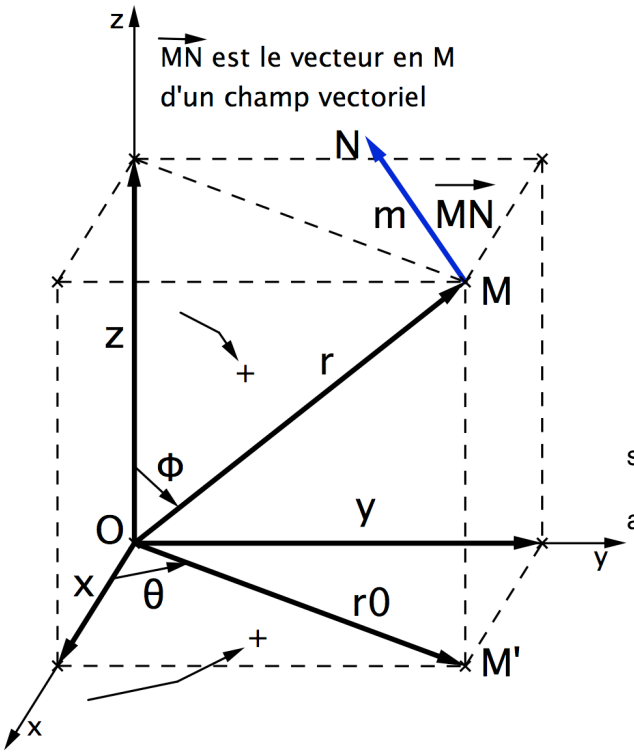
POUR DES TRACÉS EXACTS DE CHAMPS VECTORIELS, LES DÉFINIR AVEC Δx et Δy.

Par contre les évaluations numériques du champ en un point sont toujours exactes car calculées directement avec les relations entrées pour le définir, qu'elles soient (Δx, Δy) ou (Δr, Δθ).

Noms des coordonnées : ils sont figés dans Grapher (Curvus pro X permettait de les changer) : **voir bug nr. 6.1.**

Afficher ou cacher une grille ou un axe : menu Format > Axes et grilles… > cocher ou décocher.

Coordonnées des points et vecteurs en 3D.



Coordonnées 3D.

Cartésiennes : $M(x, y, z)$; $\overrightarrow{MN}\ (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$; $N(x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z)$

Cylindriques : $M(r_0, \theta, z)$; $\overrightarrow{MN}\ (\Delta r_0, \Delta\theta, \Delta z)$; $N(r_0+\Delta r_0, \theta+\Delta\theta, z+\Delta z)$

Sphériques : $M(r, \theta, \phi)$; $\overrightarrow{MN}\ (\Delta r, \Delta\theta, \Delta\phi)$; $N(r+\Delta r, \theta+\Delta\theta, \phi+\Delta\phi)$

Module du vecteur : $\left|\overrightarrow{MN}\right| = m$

Noms et domaines de variation :

abscisse x, ordonnée y, cote z :]-∞ ; +∞[

radiale r_0 dans xOy, r dans l'espace :]-∞ ; +∞[en entrée, [0 ; +∞[en sortie

azimutale θ dans xOy : [0 ; 2π] ou [-π ; +π] selon le choix, commun avec atan2(y,x), fait dans les Préférences

polaire (colatitude) φ : [0 ; π]

Conversion des coordonnées du point.

Cartésiennes ⇔ Cylindriques

$$\begin{cases} x = r_0 \cdot \cos\theta \\ y = r_0 \cdot \sin\theta \\ z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r_0 = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \text{atan2}(y, x) \\ z \end{cases}$$

Cylindriques ⇔ Sphériques

$$\begin{cases} r_0 = r \cdot \sin\phi \\ \theta \\ z = r \cdot \cos\phi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{r_0^2 + z^2} \\ \theta \\ \phi = \text{Arccos}\dfrac{z}{\sqrt{r_0^2 + z^2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = r \cdot \sin\phi \cdot \cos\theta \\ y = r \cdot \sin\phi \cdot \sin\theta \\ z = r \cdot \cos\phi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta = \text{atan2}(y, x) \\ \phi = \text{Arccos}\dfrac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \end{cases}$$

← Cartésiennes ⇔ Sphériques

Conversion des coordonnées du vecteur.

Relations approximatives (UTILISÉES PAR GRAPHER) :

Cylindriques ⇒ Cartésiennes

$$\begin{cases} \Delta x = \cos\theta \cdot \Delta r_0 - r_0 \cdot \sin\theta \cdot \Delta\theta \\ \Delta y = \sin\theta \cdot \Delta r_0 + r_0 \cdot \cos\theta \cdot \Delta\theta \\ \Delta z = \Delta z \end{cases}$$

Sphériques ⇒ Cartésiennes

$$\begin{cases} \Delta x = (\sin\phi \cdot \Delta r + r \cdot \cos\phi \cdot \Delta\phi) \cdot \cos\theta - r \cdot \sin\phi \cdot \sin\theta \cdot \Delta\theta \\ \Delta y = (\sin\phi \cdot \Delta r + r \cdot \cos\phi \cdot \Delta\phi) \cdot \sin\theta + r \cdot \sin\phi \cdot \cos\theta \cdot \Delta\theta \\ \Delta z = \cos\phi \cdot \Delta r - r \cdot \sin\phi \cdot \Delta\phi \end{cases}$$

relations exactes si Δx, Δy, Δz, Δr_0, Δr, Δθ, Δφ sont des infiniment petits ; elles seront d'autant plus précises que ces grandeurs seront petites, donc que m << r ou que Δx/x, Δy/y, Δz/z, $\Delta r_0/r_0$, Δr/r << 1 et Δθ, Δφ <<1rad .

Module du vecteur $\overrightarrow{MN}$ (relations exactes) :

$$\overrightarrow{MN} = m = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} = \sqrt{r_0^2 + (r_0 + \Delta r_0)^2 - 2r_0 \cdot (r_0 + \Delta r_0) \cdot \cos\Delta\theta + (\Delta z)^2}$$

$$= \sqrt{r^2 + (r + \Delta r)^2 - 2r \cdot (r + \Delta r) \cdot (\sin(\phi + \Delta\phi) \cdot \sin\phi \cdot \cos\Delta\theta + \cos(\phi + \Delta\phi) \cdot \cos\phi)}$$

Relations exactes (NON UTILISÉES PAR GRAPHER) :

Cartésiennes ⇔ Cylindriques

$$\begin{cases} \Delta x = (r_0 + \Delta r_0)\cdot\cos(\theta+\Delta\theta) - r_0\cdot\cos\theta \\ \Delta y = (r_0 + \Delta r_0)\cdot\sin(\theta+\Delta\theta) - r_0\cdot\sin\theta \\ \Delta z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta r_0 = \sqrt{(x+\Delta x)^2 + (y+\Delta y)^2} - \sqrt{x^2+y^2} \\ \Delta\theta = \operatorname{atan2}(x\cdot\Delta y - y\cdot\Delta x,\ x^2+y^2+x\cdot\Delta x + y\cdot\Delta y) \\ \Delta z \end{cases}$$

Cartésiennes ⇔ Sphériques

$$\begin{cases} \Delta x = (r+\Delta r)\cdot\sin(\phi+\Delta\phi)\cdot\cos(\theta+\Delta\theta) - r\cdot\sin\phi\cdot\cos\theta \\ \Delta y = (r+\Delta r)\cdot\sin(\phi+\Delta\phi)\cdot\sin(\theta+\Delta\theta) - r\cdot\sin\phi\cdot\sin\theta \\ \Delta z = (r+\Delta r)\cdot\cos(\phi+\Delta\phi) - r\cdot\cos\phi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta r = \sqrt{(x+\Delta x)^2 + (y+\Delta y)^2 + (z+\Delta z)^2} - \sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ \Delta\theta = \operatorname{atan2}(x\cdot\Delta y - y\cdot\Delta x,\ x^2+y^2+x\cdot\Delta x + y\cdot\Delta y) \\ \Delta\phi = \operatorname{Arccos}\dfrac{z+\Delta z}{\sqrt{(x+\Delta x)^2+(y+\Delta y)^2+(z+\Delta z)^2}} - \operatorname{Arccos}\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \end{cases}$$

Cylindriques ⇔ Sphériques

$$\begin{cases} \Delta r_0 = (r+\Delta r)\cdot\sin(\phi+\Delta\phi) - r\cdot\sin\phi \\ \Delta\theta \\ \Delta z = (r+\Delta r)\cdot\cos(\phi+\Delta\phi) - r\cdot\cos\phi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta r = \sqrt{(r_0+\Delta r_0)^2 + (z+\Delta z)^2} - \sqrt{r_0^2+z^2} \\ \Delta\theta \\ \Delta\phi = \operatorname{Arccos}\dfrac{z+\Delta z}{\sqrt{(r_0+\Delta r_0)^2+(z+\Delta z)^2}} - \operatorname{Arccos}\dfrac{z}{\sqrt{r_0^2+z^2}} \end{cases}$$

Conséquences sur le tracé (graphe) des champs vectoriels.

Les tracés sont calculés à partir des Δx Δy Δz entrés pour définir le champ, ou obtenus par les relations approximatives de conversion si les entrées sont Δr_0 Δθ Δz ou Δr Δθ Δφ ; dans ces derniers cas le graphe sera d'autant plus erroné que le module m du vecteur ne sera plus négligable devant r.

POUR DES TRACÉS EXACTS DE CHAMPS VECTORIELS, LES DÉFINIR AVEC Δx Δy Δz.

Par contre les évaluations numériques du champ en un point sont toujours exactes car calculées directement avec les relations entrées pour le définir, qu'elles soient (Δx, Δy, Δz), (Δr_0, Δθ, Δz) ou (Δr, Δθ, Δφ).

Noms des coordonnées : ils sont figés dans Grapher (Curvus pro X permettait de les changer) : **voir bug nr. 6.2.**

Afficher ou cacher le cadre ou un axe : menu Format > Axes et cadre… > cocher ou décocher.
Si le **cadre** (cube) est en service, son **Inspecteur** permet l'**affichage de grilles** sur ses faces.

Expressions

Règles générales de syntaxe des expressions.

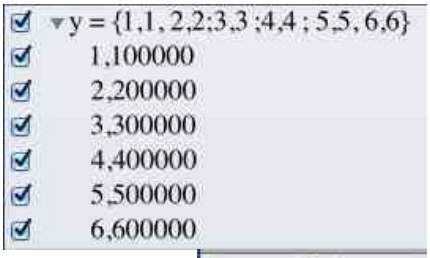
Format des nombres.

— Voir « A**ffichage des valeurs numériques** »en fin du chapitre « **Calculs (évaluations) numériques** ».
— **Grands nombres limités à 2^{1023} ou 10^{308}** si l'exposant est supérieur, Grapher affiche « non défini ».
— **Menu Grapher > Préférences… >** nombre de décimales, suppression des zéros à droite, notation normale scientifique ingénieur, choix de i ou j et de leur place pour les nombres complexes ;
— **Aucun séparateur tous les trois chiffres,** ni point, ni virgule ni espace ;
— **Virgule décimale en usage (OS X configuré en français), sans espace avant ou après.** Exception :
• **Point décimal obligatoire pour le repère de largeur de trait** choisie à partir des Inspecteurs,
• **Point décimal obligatoire des règlages de la séquence** de la fenêtre d'animation, en « Création d'animation »,
• **Point décimal obligatoire dans l'affichage des coordonnées** sous le graphe.
Nota : le point décimal est souvent possible à la place de la virgule, même avec OS X configuré en français.
Les champs prévus pour recevoir des nombres acceptent les **constantes reconnues par Grapher (e, π, etc.),** les **paramètres de valeurs définies dans la liste des équations, des expressions constantes.** Par exemple si a = 8 est une équation, on peut entrer par le menu Présentation > Limites du cadre…, les limites de l'échelle des abscisses sous la forme -a/3 a/4 ; les valeurs seront calculées pour a = 8, mais ne suivront pas les variations ultérieures de a.

Unités d'angles.

— **Menu Grapher > Préférences… > Avancé > Divers > Valeurs angulaires polaires >** choisir **0 à 2π ou -π à π** ;
— **Menu Grapher > Préférences… > Avancé > Divers > Modes trigonométriques >** choisir **radian ou degrés décimaux ou grades.**

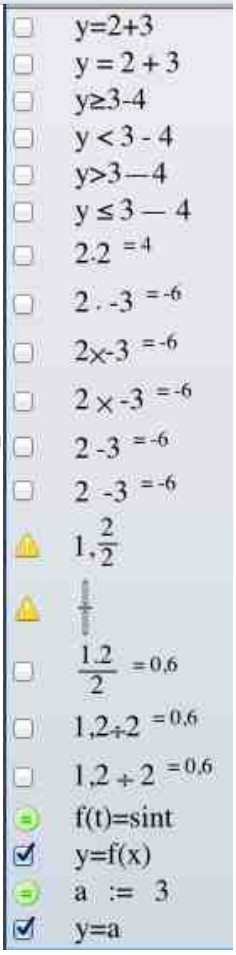
Séparateurs dans une suite de nombres, de fonctions, d'expressions.



Soit le couple **virgule espace,** soit le signe de ponctuation **point-virgule** ; les espaces supplémentaires sont admis. Virgules décimales (sans espaces) et séparateurs virgules espaces cohabitent sans ambiguités dans une suite de nombres.
Dans la figure ci-contre l'expression de y montre un mélange tout à fait viable de virgules, point-virgules et espaces, dans une définition à valeurs multiples.

Signes d'opérations, d'égalité, d'inégalité.

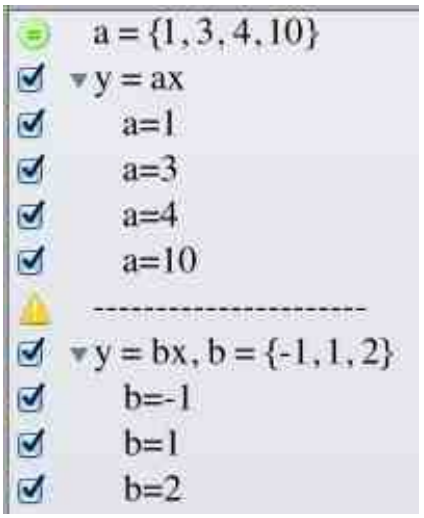
— Les **signes + - . = > ≥ < ≥** peuvent être précédés et suivis d'**espaces ;** une espace placée avant + ou - indique la multiplication, espaces avant **et** après ne changent pas l'opération ;
— Le signe **moins** est indifféremment le tiret court ou long **- ou —** obtenu par ⌥**- ;**
— **Dans les définitions de constantes et de fonctions, le signe égal** est indifféremment **= ou :=** (les deux-points de ponctuation suivi du signe égal) ;
— Le signe de la **division /** • tapé **après une espace** introduit une fraction à compléter,
• tapé **après un nombre ou une expression** place une **barre de fraction** et un champ pour un dénominateur **sous le nombre ou l'expression,**
• un nombre décimal avec virgule décimale suivi du signe / de la division n'est pas reconnu et s'affiche « partie entière-virgule-partie décimale en numérateur d'une fraction » ; le même nombre avec point décimal s'affiche correctement en numérateur d'une fraction ; **créez la fraction par / avant de taper le dividende (numérateur) si c'est un nombre décimal**, il vous restera à la compléter du dénominateur (diviseur),
• la palette d'équation propose également le **signe ÷ ;**
— Signes de la **multiplication**, ils peuvent être :
• le **point sans espace avant ni après**, placé entre deux nombres, et obtenu par frappe au **clavier (astérisque)**, ou par le **point** de l'onglet Symboles **de la palette d'équation**,
• le **classique x** proposé par cette palette,
• **une ou des espaces entre deux nombres ou expressions ou la juxtaposition d'expressions entre parenthèses et de variables,**
• le **point de ponctuation suivi d'au moins une espace et placé entre deux nombres entiers** (n'est pas reconnu comme signe mathématique si l'un au moins des nombres à des décimales).
La figure ci-contre illustre ces nombreuses variantes.



Point de ponctuation vs point de multiplication.

— Dans une suite de chiffres, sans espace avant ou après, le point de ponctuation est un **point décimal** ;
— Ayant la même apparence, entre deux nombres, sans espace avant ou après, le **point de multiplication** est obtenu dans Grapher par frappe sur le **signe de multiplication du clavier (astérisque)** ou par le **point de la palette d'équation** (onglet Symboles). Il est placé un petit peu plus haut que le point décimal.

Définitions globales et locales.

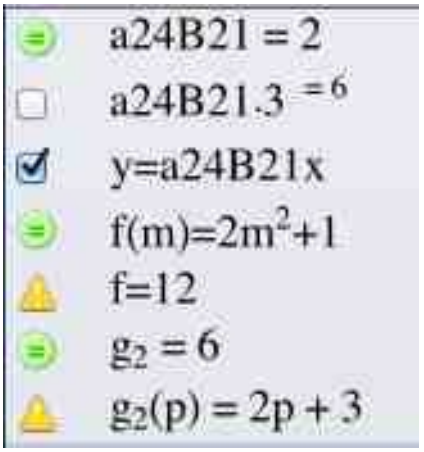


— Définition globale : le paramètre est défini par une équation particulière ; exemple : a = {1, 3, 4,10} ; cette définition peut être ou non dans un groupe ; elle s'applique à toutes les expressions de la liste des équations contenant le paramètre a.
—Définition locale : la définition du paramètre fait partie de l'équation qui le contient ; exemple : y = bx, b = {-1, 1, 2} ; cette équation donnera trois courbes pour b = -1 ; 1 et 2.

Un paramètre, variable ou fonction qui a une définition globale ne peut pas recevoir en plus une définition locale.
Un paramètre, variable ou fonction qui n'a pas de définition globale peut recevoir une définition locale différente dans chaque ligne d'équation.

Nota. Avant Grapher 2.2, définitions globales et locales pouvaient cohabiter, les définitions locales primant sur les globales.

Noms des constantes, variables, paramètres et fonctions.



— Les lettres **x, y, z, r_0, r, θ, ϕ,** sont attribuées aux **coordonnées** 2D et 3D ;
— Les **noms** des **définitions intégrées** (menu Aide) sont réservés aux **constantes et fonctions** de cette liste ;
— Sont disponibles pour des noms de paramètres et fonctions, les autres lettres, le reste de l'alphabet grec (sauf ∂ et Δ), majuscules ou minuscules, on peut ajouter des indices et employer des mots de lettres et chiffres commençant par une lettre ;
— Le même nom ne doit pas être donné à une constante et à une fonction.

Cette copie d'écran d'une liste d'équations montre quelques exemples de noms acceptés ou refusés. **(Grapher 2.2 à 2.5 : voir bug nr. 28 pour les noms de variables)**

Définitions de domaines pour les variables.

— Le domaine de variation doit être précisé pour :
- le ou les paramètres des équations paramétriques (domaine continu) (valeur maximum, valeur minimum, en ordre indifférent), ➽ $t = t_{min}...t_{max}$ ou $t = t_{max}...t_{min}$
- la variable d'une équation différentielle (optionnel pour coordonnées) (domaine continu) (valeur minimum en premier), ➽ $0 = 0_{min}...0_{max}$ ou $t = t_{min}...t_{max}$
- l'indice des termes d'une série (entiers successifs) (valeur minimum en tête) ; ➽ $i = i_{min}...i_{max}$

— Dans les autres expressions, les domaines des variables (qui sont des coordonnées du graphe) sont imposés par Grapher :
- par les limites du cadre pour x, y, z, r_0, r,
- 0 à 2π pour θ,
- 0 à π pour ϕ.

Expressions à valeurs multiples.

Il est possible de concentrer plusieurs expressions en une seule formule de la liste des équations ; le procédé est applicable aux définitions de constantes, fonctions, équations de graphes, etc. : il suffit de placer les différentes variantes entre accolades.
Exemples : y = 0,5{cosx, sinx, x} (3 courbes) ; k = {1,1, 2,2, 3,3, 4, 6} (5 valeurs de k) ; deux manières pour un même résultat dans celles-ci :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+\sin t \\ \{\cos 3t, \cos 5t\} \end{bmatrix}, t = 0...2\pi \qquad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+\sin t \\ \cos(\{3,5\}t) \end{bmatrix}, t = 0...2\pi$$

Notez les séparateurs entre les valeurs, et l'absence d'accolades pour l'indice des termes d'une série, exception montrée sur la figure du paragraphe précédent.

Syntaxe	Description	Exemples
Courbes		
Explicites		
$y = f(x)$ ou $x = g(y)$	coordonnées cartésiennes 2D	$y=\sin x$ ou $x=\sin y$ ou $y=x^2-2x+1$
$r = f(\theta)$ ou $\theta = g(r)$	coordonnées polaires 2D	$r=\sin(3\theta)$ ou $\theta = r$
Implicites		
$f(x, y, r, \theta) = g(x, y, r, \theta)$	mélange de coordonnées 2D	$x^2+y^2=3^2$ ou $\sin 2x+\sin 4y=0,1r$
Paramétriques (nom du paramètre au choix sauf coordonnées, ordre des coordonnées au choix)		
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ g(t) \end{bmatrix}, t = t_1 \ldots t_2$	coordonnées cartésiennes 2D	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 3t \\ \sin 5t \end{bmatrix}, t = 0 \ldots 2\pi$
$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ g(t) \end{bmatrix}, t = t_1 \ldots t_2$	coordonnées polaires 2D	$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + \sin t \\ \cos 3t \end{bmatrix}, t = 2\pi \ldots 0$
$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ g(t) \\ h(t) \end{bmatrix}, t = t_1 \ldots t_2$	coordonnées cartésiennes 3D (ou cylindriques ou sphériques)	$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos t \\ \sin t \\ t \div 10 \end{bmatrix}, t = -10\pi \ldots 10\pi$
Complexes		
$x + iy = f(t) + ig(t), t = t_1 \ldots t_2$	équation complexe de courbe 2D	$x + iy = e^{it}, t = 2\pi \ldots 0$
Surfaces		
Explicites (coordonnée quelconque du même système avant le signe =)		
$z = f(x, y)$	coordonnées cartésiennes	$z = \sin x \sin y$ ou $z = x^2 - y^2$
$z = f(r_0, \theta)$	coordonnées cylindriques	$z = r_0 + \sin 3\theta$
$r = f(\theta, \phi)$	coordonnées sphériques	$r = 1$ ou $r = \theta + \phi$
Implicites		
$f(x, y, z, r_0, r, \theta, \phi) = g(x, y, z, r_0, r, \theta, \phi)$	mélange de coordonnées 3D	$x^3 + xy^2 - yz^2 = 2^2$
Paramétriques (nom du paramètre au choix sauf coordonnées, ordre coordonnées au choix)		
$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t, u) \\ g(t, u) \\ h(t, u) \end{bmatrix}, t=t_1 \ldots t_2, u=u_1 \ldots u_2$	coordonnées cartésiennes	$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin t \cdot \cos u \\ \sin t \cdot \cos u \\ \cos t \end{bmatrix}, t=0 \ldots \pi, u=2\pi \ldots 0$
$\begin{bmatrix} r_0 \\ \theta \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t, u) \\ g(t, u) \\ h(t, u) \end{bmatrix}, t=t_1 \ldots t_2, u=u_1 \ldots u_2$	coordonnées cylindriques	$\begin{bmatrix} r_0 \\ \theta \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+\cos t \\ u \\ \sin t \end{bmatrix}, t=2\pi \ldots 0, u=2\pi \ldots 0$
$\begin{bmatrix} r \\ \theta \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t, u) \\ g(t, u) \\ h(t, u) \end{bmatrix}, t=t_1 \ldots t_2, u=u_1 \ldots u_2$	coordonnées sphériques	$\begin{bmatrix} r \\ \theta \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ t+u \\ t \end{bmatrix}, t=0 \ldots \pi, u=0 \ldots \pi$

Syntaxe	Description	Exemples
Champs		
Champs scalaires		
$f(x,y,r,\theta)$ $f(x,y,z,r_0,\theta,r,\phi)$	Champ scalaire en 2D Champ scalaire en 3D	$\sin x \sin y$ $x^2+y^2+z^2+\cos 3\theta$
Champs vectoriels		
$\Delta x = f(x,y,r,\theta)\,;\,\Delta y = f(x,y,r,\theta)$ $\Delta r = f(x,y,r,\theta)\,;\,\Delta\theta = f(x,y,r,\theta)$	Définitions explicites en 2D	$\Delta x = xy\,;\,\Delta r = \theta\,;\,\Delta\theta = 1$ $\Delta r = xy\cos\theta$
$\Delta x \ldots \Delta y \ldots \text{etc.} = f(x,y,z,r_0,\theta,r,\phi)$	Définitions explicites en 3D	$\Delta\theta = x - r + \cos\phi$
$\Delta\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\ldots\Delta\begin{bmatrix}r\\\theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f(x,y,r,\theta)\\g(x,y,r,\theta)\end{bmatrix}$	Définitions 2D pour chaque coordonnée	$\Delta\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-y\\x\end{bmatrix}\;;\;\Delta\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sin x\\\sin y\end{bmatrix}$
$\Delta\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix},\begin{bmatrix}r_0\\\theta\\z\end{bmatrix},\begin{bmatrix}r\\\theta\\\phi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f(x,y,z,r_0,\theta,r,\phi)\\g(x,y,z,r_0,\theta,r,\phi)\\h(x,y,z,r_0,\theta,r,\phi)\end{bmatrix}$	Définitions 3D pour chaque coordonnée (mettre Δ en tête de chaque groupe de coordonnées	$\Delta\begin{bmatrix}r\\\theta\\\phi\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{1+r^2}}\begin{bmatrix}\theta\\z\\r_0\end{bmatrix}$
Solutions d'inégalités		
$f(x,y,r,\theta) < \leq > \geq g(x,y,r,\theta)$ en 2D, et en 3D : $f(x,y,z,r_0,\theta,r,\phi) < \leq > \geq g(x,y,z,r_0,\theta,r,\phi)$; une ou plusieurs inégalités liées par les relations logiques NON, ET, OU, OU-EXCLUSIF $\neg\ \wedge\ \vee\ \otimes$	Les zones du graphe 2D où la proposition est vraie sont colorées différemment du fond ; en 3D elles sont remplies de sphères ou boîtes	$y > \cos 2x \otimes \neg y < \sin x$ $r_0 < 3\ \&\ y < -1$
Expressions constantes		
Epressions constantes à calculer (ensembles **R** réels et **ℂ** complexes)		
expressions ne contenant que des valeurs numériques, des noms de constantes (e, π, etc.), des constantes à valeur unique définies précédemment	La valeur numérique s'affiche après l'expression dans la liste des équations	$e^{i\pi}$ ou $3{\cdot}2{,}25^3$ ou c_{light} ou γ ou $(2+3i)(1-5i)$ ou $\ln(3+2i)$
Définitions de constantes (signe = ou := indifférent)		
nom = f(valeurs numériques, constantes à valeur unique déjà définies, constantes des « définitions intégrées »)	Définition d'une constante à valeur unique (ensembles **R** réels et **ℂ** complexes)	$k = 1{,}25$ ou $N = 10^3$ ou $N_{max} = 10$ ou $a_2 = 0{,}3{\cdot}c_{light}$ ou $b = 2 + 3i$
nom = {valeur1, valeur2, valeur3, etc.} (valeur n peut être une constante à valeur unique ou non déjà définie)	Constante à valeurs multiples quelconques (ensembles **R** réels et **ℂ** complexes)	$d = \{1{,}1, 2{,}3, 5, 6{,}05, G\}$ ou $q_4 = \{0{,}5 + i, 1 + 1{,}5i, 1{,}5 + 2i\}$
nom = {mini, mini+r…maxi} (maxi ≥ dernier terme souhaité)	Constante à valeurs multiples en série arithmétique de raison r (**R** réels)	i={1,2, 1,4,…2,2} et i={1,2, 1,4,…2,33} donnent 2 séries identiques de 6 termes
nom = { entier mini…entier maxi}	Constante à valeurs multiples : entiers successifs (**R** réels)	i = {120…126} donne les 7 entiers successifs de 120 à 126
Les définitions de constantes ci-dessus peuvent être globales ou locales (voir page 42)		
nom = entier mini…entier maxi	Exception pour la définition du domaine de l'indice d'une série : accolades interdites, parenthèses tolérées mais inutiles	i = 120…126 donne les 7 entiers successifs de 120 à 126

Syntaxe	Description	Exemples

Définitions des fonctions

Fonctions prédéfinies

Voir menu Aide > Afficher les définitions intégrées > Fonctions	directement utilisables dans les expressions	$\cos(x)$ ou cosx ou lnx ou arctan(x) ou $J_n(x)$ ou hypot(x, y, …)

Définition d'une fonction (cas général). (définitions globales ou locales possibles) (signe = ou := indifférent).
Ces fonctions du type f(a, b, c, …) sont utilisables dans d'autres expressions avec d'autres arguments, par exemple pour un graphe x = 1,043. f(y, θ, 2,25, …) ou y = f(x, r, 0, …). **(Grapher 2.2 à 2.5 : voir bug nr. 28 et 30)**

nom(arguments) = expression arguments : ceux de nature variée qui figurent dans l'expression	fonctions simples fonction multiple	$f(x) = 1 + \cos^2 x$ ou $g(x,t) = e^{-2(x-t)}$ $f(t, u, v) = 2t - 2u - v + 1$ $f(x) = \{\cos x, \sin x, \tan x\}$

Fonctions définies par morceaux. (signe = ou := indifférent).**(Grapher 2.2 à 2.5 : voir bug nr. 28 pour les variables)**

$$f(\ldots) = \begin{cases} \text{condition1} & \text{expression1} \\ \text{condition2} & \text{expression2} \\ \ldots & \ldots \end{cases}$$

$$f(\ldots) = \begin{cases} \text{expression1} & \text{condition1} \\ \text{expression2} & \text{condition2} \\ \ldots & \ldots \end{cases}$$

$h(\ldots) = \text{condition} \ ? \ \text{expression}$
$a(\ldots) = \text{condition} : \text{expression}$
$b(\ldots) = \text{condition} \ ? \ \text{expr1} : \text{expr2}$
$c(\ldots) = \text{condition} : \text{expr1} : \text{expr2}$

Nom de coordonnée au lieu de f(…) pour une équation de graphe.
La fonction n'est pas définie là où les conditions ne sont pas précisées.
Conditions compliquées possibles en utilisant les opérateurs ¬ ∧ ou & ∨ ⊗,
= ≠ < ≤ > ≥ ∈ ∉ ∪ ∩ [ ]
La dernière condition peut être omise.

Fonction non définie si la condition n'est pas satisfaite.

Expression1 si la condition est satisfaite sinon expression2.

$$f(x) = \begin{cases} x < 0 & \sin x \\ x \geq 0 & x - x^3 \end{cases}$$

$d(x) = x \in [-2, 1] \cup [2, 3] \ ? \ -2 : 2$

$$g(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & x \leq 1 \\ 1 & \| \end{cases}$$

$a(x) = x > 0 : \cos x$

$b(x) = x > 1 \ ? \ \log x : 0$

Fonctions périodiques. (Grapher 2.2 à 2.5 : voir bug nr. 28 pour les noms de variables)

(1) $f(t) = \ldots$
(2) $y = f(x)$ (explicite)
(3) x_1 T
(4) x_0
(5) $g(t) = f((t - x_0) \ \% \ T + x_1)$
(6) $y = g(x)$

Principe : répéter à l'infini le morceau de graphe placé entre les abscisses x_1 et $x_1 + T$ (T = période), de la fonction y = f(x), après l'avoir placé entre les abscisses x_0 et $x_0 + T$. D'où :
(1) choix de la fonction - définition par morceaux souvent utile ;
(2) examen du graphe (explicite) ;
(3) choix du morceau de graphe ;
(4) placement en abscisse de la période initiale de la fonction périodique ;
(5) création de cette fonction ;
(6) tracé de son graphe.

(1) $f(t) = t^2 - 1$
(2) $y = f(x)$
(3) choix : $x_1 = -0{,}5$ $T = 1{,}3$
(4) choix : $x_0 = -2$

Signe = ou := indifférent pour f(t) et g(t)
Indifféremment signe % ou \

(5)(6) $y = f((x + 2) \ \% \ 1{,}3 - 0{,}5)$

Cas particulier : dents de scie avec
$y = x \setminus T$ ou $y = x \ \% \ T$

Données des ensembles de points (voir aussi ANNEXE 1)

Entrée manuelle

Colonne 1	Colonne 2	Colonne 3
0,5	1,01	1,29
1	1,25	1,17
1,5	1,18	0,87
2	1,69	0,61
2,5	1,7	0,78
3	2	0,82
3,5	2,24	1,16
4	2,19	1,79
4,5	2,71	2,33
5	2,9	2,91

Importation d'un fichier TXT (.txt) nr.1

Points.txt

```
0,50    1,01    1,29
1,00    1,25    1,17
1,50    1,18    0,87
2,00    1,69    0,61
2,50    1,70    0,78
3,00    2,00    0,82
3,50    2,24    1,16
4,00    2,19    1,79
4,50    2,71    2,33
5,00    2,90    2,91
```

Importation d'un fichier TXT (.txt) nr.2

séparateur de points « ; »
séparateur de coordonnées « . »

Leçon6-32-...

```
0,50.1,01.1,29;1,00.1,25.
1,17;1,50.1,18.0,87;2,00.
1,69.0,61;2,50.1,70.0,78;
3,00.2,00.0,82;3,50.2,24.
1,16;4,00.2,19.1,79;4,50.
2,71.2,33;5,00.2,90.2,91
```

Syntaxe	Description	Exemples
Points entrés par équations		
$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix}r\\\theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f(k)\\g(k)\end{bmatrix}, k=\{valeurs\}$ $x+iy=f(k)+ig(k), k=\{valeurs\}$ $\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix}r_0\\\theta\\z\end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix}r\\\theta\\\phi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f(k)\\g(k)\\h(k)z\end{bmatrix}, k=\{valeurs\}$	Équations paramétriques 2D de points (série de valeurs discrètes pour k) Équations complexes 2D de points Équations paramétriques 3D de points	$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}k\\0{,}5k^2\end{bmatrix}, k=\{0, 0{,}5\ldots 6\}$ $x+iy=k+i\frac{k^2}{2}, k=\{0, 0{,}5\ldots 6\}$ $\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u\\0{,}2u^2\\0{,}5u\end{bmatrix}, u=\{0, 0{,}5\ldots 5\}$
Intégrales et dérivées		
Intégrales. (Intégrales doubles définies : voir bug nr. 26) (Grapher 2.2 à 2.5 voir bug nr. 29)		
$y=\int_{x_0}^{x} dt\,(f(t))$ $y=\int_{f(x)}^{g(x)} du\,(f(u))$ $\int_{t_0}^{t_1} dt\,(f(t))$	Graphe y = F(x) - F(x de la fonction y = f(x) ; ou menu Équation > Intégrer (n fois), retour par menu Équation > Dériver (n fois). Nota : La variable d'intégration ne doit jamais être un nom de coordonnée (modifier l'intégrale si c'est le cas) Calcul d'intégrale définie entre les bornes x0 et x1 de la fonction f(x) ; ou menu Intégration > 5 options, aire, surface, longueur, volume et surface de révolution.	$y=\int_{x_0}^{x} dt\,t^2, x_0=-1$ $y=x^2$ $\int_{t_0}^{t_1} dt\,(t^2), t_0=-1, t_1=2 = 3{,}000$
Dérivées. (Grapher 2.0 : voir bug nr. 23)		
$y=\frac{\partial^n}{\partial x^n}f(x)$ $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{\partial^n}{\partial t^n}\begin{bmatrix}f(t)\\g(t)\end{bmatrix}, t=t_{min}\ldots t_{max}$ donne : $\begin{cases}x=\frac{d^n}{dt^n}f(t)\,[]\\y=\frac{d^n}{dt^n}g(t)\,[]\end{cases}$ $f(t)=\ldots$ et $g(t)=g(f(t))$ pour : $y=\frac{d^n}{dx^n}g(x)$ $g'(f(t))=\frac{dg(f(t))}{dt}\ldots g'''(f(t))=\frac{d^3g(f(t))}{dt^3}$ Syntaxes pour les dérivées : f'(x) f''(x) f'''(x) f''''(x) $\frac{\partial^n}{\partial t^n}f(t)$ ou $\frac{d^n}{dt^n}f(t)$ ou $\frac{\partial^n f(t)}{\partial t^n}$ $\dot{y}=\frac{dy}{dt}, \ddot{y}=\frac{d^2y}{dt^2}, \dddot{y}=\frac{d^3y}{dt^3}$, etc.	Sélection de y = f(x) puis menu Équation > Dériver ; à faire n fois pour la dérivée n ième ; pour revenir, même menu > Intégrer, à faire n fois. Ou taper l'expression directement. Dérivée d'équation paramétrique : (tous systèmes de coordonnées 2D 3D) Dérivée d'une fonction de fonctions Dérivées « partielles » d'une fonction de fonction Apostrophes et guillemets (Max : dérivée 3e) Clavier ou palette d'équation Dérivées par rapport au temps t (non utilisables, car l'abscisse ne peut pas être t contrairement à Curvus Pro X)	Dériver trois fois : $y=\frac{x^4}{24}$ ou taper les 2 lignes : $f(t)=\frac{t^4}{24}$ et $y=\frac{\partial^n}{\partial x^n}f(x), n=3$ valeur n ≤3 si paramètre n sinon valeur numérique au lieu de n $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{\partial^n}{\partial t^n}\begin{bmatrix}5\cos t\\2\sin t\end{bmatrix}, t=0\ldots\frac{\pi}{2}$ à essayer pour n entier de 1 à 4 $f(t)=\frac{t^3}{6}$, g(t)=cost, h(t)=2f(t)+(g(t))^2, y=h''(x) ou $y=\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(x)$ i.e. 2(x-cos2x) $y=\cos'(x^2-1)$ vaut $y=-\sin(x^2-1)$ $f(t)=\frac{t^3}{6}$, y=f(x), y=f'(x), y=f''(x), y=f'''(x) $\frac{\partial^6}{\partial x^6}(-\sin x)=\frac{d^1}{dx^1}(-\cos x)=\frac{\partial^0 \sin x}{\partial x^0}=\sin x$ Éditable pour exporter (opérateur $\dot{x}$)

Syntaxe	Description	Exemples
Somme, produit, factoriel, coefficient binomial, arrondis, modulo, itération		
$\sum_{n=n_{min}}^{n_{max}} f(n)$	Somme : série de Fourier	$y = \sum_{n=0}^{30} \frac{1}{2n+1}\sin((2n+1)x)$
$n!$ ou $\prod_{n=1}^{n} n$ et $\prod_{n=n_{min}}^{n_{max}} f(n)$	Factoriel et produit	$5!$ ou $\prod_{n=1}^{n} n$ valent 120
$\binom{n}{k}$ ou $\frac{n!}{k!(n-k)!}$	Coefficient binomial C(n, k)	$\binom{6}{2}$ ou $\frac{n!}{k!(n-k)!}$
$\lceil a \rceil$, $\lfloor a \rfloor$	Arrondi à l'entier supérieur, inférieur	$\lceil 1{,}01 \rceil$ et $\lfloor 2{,}99 \rfloor$ valent 2
a % d ou a \ d $y = 2\frac{x\%T}{T} - 1$	Opérateur modulo : calcul du reste de la division euclidienne de a par d Graphe : dents de scie linéaires, période T, amplitude [-1, +1].	125%6 et 125\6 valent 5 $y = 2(x\%1) - 1$
$n = \{n_1, n_2, n_3, \text{etc.}\}$ $n \% d == r_e$	Si une liste d'entiers n cette condition ne garde que les n dont le reste de la division euclidienne par d est re. L'exemple trace la courbe y = ln(x) avec un point tous les x pairs.	$a = \{0\ldots20\}$ $f(a) = a \% 2 == 0$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = f(a) ? \begin{bmatrix} a \\ \ln(a) \end{bmatrix}$
$f^{(n)}(t)$	Opérateur itération (répétition n fois de la fonction) : f(f(f(…(f(t))…)))	$\ln^{(3)}(t)$ vaut ln(ln(ln(t)))
Matrices et déterminants. (Emploi : voir Annexe 9, Les matrices dans Grapher)		
$\begin{bmatrix} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}^T = [1\ 2]$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}^T = [1\ 2\ 3]$	Matrices autorisées, entrée directe des éléments.	Tous graphes paramétriques. Ci-dessous : rotation de +α d'une ellipse.
A+B ; A-B ; A.B ; x.A ; det(A)	Matrices 1x2 et 1x3 possibles par trans position de matrices 2x1 et 3x1.	$\alpha = \frac{\pi}{3}$
A^T, -A, A^k, $\frac{1}{\lvert\det(A)\rvert}A^{-1} \rightarrow A^{-1}$	Opérations habituelles possibles. L'opération A multiplié par la valeur absolue du déterminant de A.	$M_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ $t = 0\ldots2\pi$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = M_\alpha \begin{bmatrix} 3\cos t \\ \sin t \end{bmatrix}$

Équations différentielles (Grapher 2.0 : voir bug nr. 23)

Grapher permet le tracé en 2D et 3D des courbes de solutions d'équations différentielles :

— ordinaires (i.e. une seule variable) ;

— d'ordre (i.e. celui de la dérivée d'ordre le plus élevé) non limité a priori ;

— la fonction pouvant être en 2D y(x) ou x(y) ou r(θ) ou θ(r) ou paramétrique x(t) & y(t), ou r(t) & θ(t) ; en 3D les fonctions paramétriques dans les trois systèmes de coordonnées (x, y, z), (r_0,θ, z), (r, θ, ϕ) ;

— la forme de l'équation devant être :

Dérivée d'ordre le plus élevé = Expression de (dérivées d'ordres inférieurs, fonction, variable)

Syntaxe d'une équation différentielle dans Grapher. Sur une seule ligne :

Équation différentielle	Conditions initiales	Domaine
$\frac{d^2}{dt^2}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(x+y) \\ x-y \end{bmatrix} - 2\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, t = 0\ldots10$		
1	2	3

— Zones 1 et 2 : Les syntaxes possibles pour les dérivées ont été décrites plus haut.
— Zone 2 : Il y a (n-1) conditions initiales pour une équation différentielle d'ordre n, ordre d'écriture indifférent ;
Toutes les conditions initiales sont pour la même valeur initiale de la variable ou du paramètre (ici 0) qui est :
- la première figurant dans les conditions initiales (même si plusieurs valeurs),
- à défaut, la valeur minimum du domaine de la variable,
- à défaut, la valeur minimum de l'échelle de la variable sur la graphe ;
Cette valeur initiale de la variable peut être choisie dans ou hors du domaine spécifié de la variable .
— Zone 3 : Les limites du domaine sont indiquées dans l'ordre minimum…maximum ;
Le domaine de la variable paramétrique doit toujours être précisé ;
Si la variable est une coordonnée, on peut, dans certains cas, ne pas spécifier son domaine.

Exemples. 2D :

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{9x}{25y}, y(0) = 3, x = -5\ldots5$$

$$\frac{dy}{dx} \text{ ou } \frac{d}{dx}y \text{ ou } \frac{\partial y}{\partial x} \text{ ou } \frac{\partial}{\partial x}y \text{ ou } y' = -\frac{9x}{25y}, y(0) = 3, x = -5\ldots5$$

(Ellipses ou demi-ellipses)

$$\frac{\partial}{\partial\theta}r = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25}\right)\left(\frac{\cos^2\theta}{25} + \frac{\sin^2\theta}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}\cdot\sin2\theta, r(0) = 5, \theta = 0\ldots2\pi$$

$$y'' = -\frac{(y')^2}{y} - \frac{9}{25y}, y(0) = 3, y'(0) = 0, x = -5\ldots5$$

3D : (Hélices)

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix} r_0 \\ \theta \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0{,}1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} r_0(0) \\ \theta(0) \\ z(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, t=0\ldots30 \qquad \frac{\partial^2}{\partial t^2}\begin{bmatrix} r_0 \\ \theta \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} r_0(0) \\ \theta(0) \\ z(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix} r_0(0) \\ \theta(0) \\ z(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0{,}1 \end{bmatrix}, t=0\ldots30$$

Suites.

Cette fonction de Grapher permet de placer sur le graphe des points de coordonnées (x_i , y_i), x_i et y_i étant les i-èmes termes de deux suites X_n et Y_n , pour n de n_{min} à n_{max} . On peut utiliser aussi les coordonnées polaires (r, θ) en 2D, et en 3D les trois coordonnées cartésiennes (x, y, z).

Syntaxe de l'équation d'une suite. Sur une seule ligne :

Définition de la suite	Cond. initiales	Domaine
$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x_i(1-x_i) \\ y_i + 1 \end{bmatrix}$,	$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}2 \\ 0 \end{bmatrix}$,	i=0…20
1	2	3

— Zone 1 : Définitions des deux suites ; pas de restriction sur les noms des indices ou les décalages ;
— Zone 2 : Valeurs des éléments initiaux des suites ;
— Zone 3 : Domaine de l'indice (indices des éléments placés sur le graphe).

Exemple : Suite de Fibonacci

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + 1 \\ y_i + y_{i-1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, i = 0\ldots10$$

Signal « Erreur de syntaxe ».

Ce **signal** « Danger » s'affiche dans la liste d'équations devant les expressions qui comportent des erreurs de syntaxe
Il sera donc présent devant les **commentaires** ajoutés dans cette liste.
Il apparaîtra devant les **expressions contenant des constantes ou variables non encore définies** ; dans ce cas, le signal disparaîtra dès que les définitions convenables auront été faites.
Et, bien sûr, il reste en cas d'**expression incorrecte.**

Utiliser l'éditeur d'équations

Il a été utilisé jusqu'ici pour créer des équations de graphes et des formules à calculer. Il peut servir aussi à écrire de brefs commentaires dans la liste des équations, et à rédiger des expressions mathématiques exportables dans d'autres logiciels. Dans ce dernier emploi il est plus limité que les éditeurs d'équations habituels : une seule ligne à la fois, un système d'équations ne peut être représenté que sous forme matricielle, les seuls signes pouvant surmonter les lettres sont des points (ni flèche ni barre ni chapeau) ; en contre-partie il est très facile à utiliser grâce à des raccourcis clavier bien conçus.

Ouvrir de nouvelles lignes dans la liste des équations.

Nouvelle ligne d'équation. Nombreuses possibilités :

— **⌥⌘N raccourci clavier ;**
— **Clic [+] au pied de la liste des équations >** menu contextuel > Nouvelle équation ;
— Menu Équation > Nouvelle équation ;
— **⌥⇧⌘N raccourci clavier > choisir un des 20 modèles ;**
— **Clic [+] > menu contextuel > Nouvelle équation à partir d'un modèle…** > 20 modèles **;**
— Menu Équation > Nouvelle équation à partir d'un modèle… > 20 modèles au choix.

Dans les trois premiers cas « y= » est affiché dans l'éditeur d'équations, dans les trois autres c'est une équation à compléter **(cf. bugs 6 & 19)**.

Nouvel ensemble de points. Deux manières :

— **⌥⌘P raccourci clavier ;**
— **Clic [+] au pied de la liste des équations > menu contextuel > Nouvel ensemble de points.**

Double clic sur la ligne pour titrer l'ensemble de points
. Voir Leçon 6 page 31 pour l'emploi.

Nouveau groupe. Deux façons :

— **Clic [+] au pied de la liste des équations > menu contextuel > Nouveau groupe ;**
— Menu Équation > Nouveau groupe.

Double clic sur la ligne pour titrer le groupe. Ne pas oublier d'y glisser-déposer ses équations. **Éviter les définitions globales dans les groupes (cf. bug nr. 20) et impérativement les groupes vides avec Grapher 2.0 (cf. bug nr. 22).**

Supprimer une ligne de la liste des équations (NON UTILISÉE AILLEURS).

— **Clic sur la ligne** pour **Sélection > touches Retour arrière ← ou ⌦ Suppr** ; pour sélectionner **plusieurs lignes pressez ⇧ ou ⌘. (Voir aussi bug nr. 20).**

Nota : Si la ligne à effacer est utilisée dans d'autres expressions (définitions de fonctions ou variables par exemple), vous pouvez rendre incorrectes ces expressions (triangle jaune « Danger »), par exemple en ajoutant le signe = en tête des expressions, ce qui vous permet de les modifier plus tard.

L'ordre des expressions de la liste peut être remanié de façon arbitraire par simple **glisser-déposer.**

Sources des signes et symboles.

Préférences. (Réglages sur signes et symboles).

— **Menu Grapher > Préférences… > Équations** : réglages Police et Taille (par défaut Times Regular 18), Tailles relatives, Variables en italiques ;
> Nombres : réglages Nombres (Nombre de décimales, Supprimer les zéros à droite), Notation (scientifique, de l'ingénieur) Utiliser (jamais, à partir de, toujours), Nombres complexes (Partie imaginaire i ou j, à la fin ou non), Exemples (effets des options choisies) ;
> Avancé : Précision numériques (quatre curseurs de réglage), Intégration (choix de la méthode et de ses paramètres), Divers (Valeurs angulaires polaires [-π, +π] ou [0, 2π], Mode trigonométrique radian degré grade, Nombre maximal d'itérations pour évaluer les fonctions spéciales.

Palette d'équation. Trois façons de l'appeler :

— **Bouton ▾ ∑x² sur l'éditeur d'équations > Afficher la palette d'équation**

— ⇧⌘E raccourci clavier ;
— Menu Fenêtre > Afficher la palette d'équation.

Onglets Standard, Opérateurs, Grec, Symboles, et **cochez « Utiliser les raccourcis lors de la frappe ».**

Palette d'équation simplifiée.

Bouton ▾ ∑x² sur l'éditeur d'équations.

Modèles d'équations. Nouvelle équation à partir d'un modèle… déjà vu plus haut.

Définitions intégrées.

Menu Aide > Afficher les définitions intégrées. Précise la liste, l'orthographe et la syntaxe des constantes et fonctions reconnues par Grapher (voir plus loin page 53 le tableau « Définitions intégrées »).

Le clavier.

Certains signes sont accessibles par le clavier comme dans les applications de traitement de texte, des raccourcis clavier particuliers existent dans Grapher. La liste en est donnée pages suivantes « Raccourcis clavier de l'éditeur d'équations ».

Commentaires entrés par l'éditeur d'équations.

Ce sont des textes que l'on veut inscrire dans la liste des équations et / ou que l'on souhaite transférer sur le graphe par glisser-déposer.

— Ce ne sont pas des équations, d'où l'avertissement (triangle jaune danger) qui les précède ;
— Avant de les taper au clavier, décochez dans les Préférences « Variables en italique », sinon vos lettres seront penchées (variables pour Grapher : x, a, etc.) ou droites (si considérées autres : sin, cos etc,) ;
— L'éditeur d'équations n'est pas prévu pour du traitement de texte normal : ce qui suit un accent circonflexe est mis en exposant, pas de ê ô ni â possibles, les signes suivant Majuscules plus Tiret sont mis en indice ; bref, les raccourcis clavier de l'éditeur d'équations sont supposés activés ;
— Si vous tapez un nom anglais (pas d'accent) de lettre grecque minuscule, il sera immédiatement traduit ... en lettre grecque, sauf epsilon,omicron,upsilon, mais xi et chi oui, ksi et khi non ; les mots français enferment souvent des lettres grecques, par exemple alphabétiser, remuer, répit, nutation etc. ; pour éviter le mu grec dans remuer, tapez une espace entre m et u puis revenez en arrière et supprimez l'espace, le procédé est général. (Cette traduction en grec disparaît si on désactive les raccourcis clavier) ;
— Bien entendu, ces commentaires peuvent utiliser tous signes et symboles habituels des équations.

Navigation dans l'éditeur d'équation.

Semblable à celle des autres traitements de texte, elle utilise en particulier :

— la souris, pointeur et curseur ;
— le menu Édition : Annuler/Rétablir, Couper/Copier/Coller, Supprimer ;
— la sélection et les touches Retour arrière ← et Suppr ⌦, pour les modifications ;
— →| et ⇧→| raccourcis clavier avec la touche Tab pour naviguer dans les champs des symboles ;
— ⇠ ⇣ ⇡ ⇢ flèches pour sortir des symboles et naviguer dans les expressions.

Exporter une équation. Trois procédures :

— Sélection dans la liste des équations > équation dans l'éditeur **> clic droit ou Ctrl-clic dans l'éditeur > menu contextuel > Copier sous format TIFF ou PDF ou EPS ou Texte,**
> Copier l'expression LaTex ;
— Sélection dans la liste des équations > sélection dans l'éditeur > menu Édition > Copier sous format TIFF ou PDF ou EPS ;
— Sélection dans la liste des équations > sélection dans l'éditeur > menu Édition > Couper ou Copier.

Dans ce dernier cas et avec les **formats TIFF PDF et EPS**, c'est une **image de l'équation** qui est enregistrée dans le presse-papier et que l'on pourra coller dans une autre application ; ce fichier d'image n'est pas importable dans Grapher comme équation opérationnelle.
Le **format Texte** est un autre format d'écriture d'équations, **compris par Grapher** qui, après importation, affichera l'équation avec les symboles mathématiques d'origine.
Le **format LaTex** est utilisé dans de nombreux logiciels mais **n'est pas compris par Grapher.**

Raccourcis clavier de l'éditeur d'équations

Pour obtenir		Taper	Observations
Figure	Nom		
Usage général.			
	Nouvelle équation	⌥⌘**N**	
	Nouvelle équation à partir d'un modèle	⇧⌥⌘**N**	
	Nouvel ensemble de points	⌥⌘**P**	
	Supprimer une ligne d'équation	← ou ⌦	
	Afficher la palette d'équation	⇧⌘**E**	
	Naviguer dans les champs des symboles	⇥ ou ⇧⇥	
	Naviguer dans les expressions	⇠ ⇡ ⇣ ⇢	et sortir des symboles
,	virgule décimale	,	sans espaces
,espace	séparateur	,espace	
⇧.	point décimal	.	sans espaces
f' f'' f'''	signes des dérivées 1	' et/ou "	guillemets anglais simples ou doubles
$a_{\blacksquare}$	indice	⇧-	tiret du clavier
( )	parenthèses	(	usage normal dans les expressions
{ }	accolades	⌥(	valeurs et fonctions multiples
[ ]	crochets	⇧⌥(	intervalles dans les conditions
Lettres grecques et infini.			
∂	delta minuscule	⌥**D**	
Δ	delta majuscule	⇧⌥**D**	
μ	mu minuscule	⌥**M**	
π	pi minuscule	⌥**P**	
α à **ω**	lettres grecques minuscules sauf epsilon, omicron, upsilon	nom de la lettre	sans accents, utiliser xi et chi et non ksi et khi
∞	l'infini	⌥,	ou taper « infinity »
Signes d'opérations.			
+	plus	⇧**+** ou **+**	plus clavier ou pavé numérique
- ou **—**	moins	**-** ou ⌥**-** ou **-**	tirets clavier ou moins pavé numérique
.	multiplié par	✶	* clavier ou pavé numérique
$\frac{\blacksquare}{\blacksquare}$	fraction	⇧**/** ou **/**	clavier ou pavé numérique
÷	divisé par	⌥**:**	
$a^{\blacksquare}$	exposant	**^**	
% ou ****	modulo	⇧**%**ou⇧⌥**/**	
n**!**	factoriel	**!**	
Opérateurs relationnels et booléens.			
=	égal	**=**	
:=	égal (constantes et fonctions)	**:=**	facultatif
≠	différent de	⌥**=**	clavier uniquement ou <> ou !=
±	plus ou moins	⇧⌥**=**	éditable mais non opérationnel
<	inférieur à	**<**	
≤	inférieur ou égal à	⌥**<**	on peut taper aussi =< ou <=
>	supérieur à	⇧**>**	on peut taper aussi => ou >=
≥	supérieur ou égal à	⇧⌥**>**	
¬	NON logique	⌥**L**	on peut utiliser aussi le !
[ ]	crochets	⇧⌥(	intervalle dans les conditions
&	ET logique	&	comme ∧ de la palette d'équation

Pour obtenir		Taper	Observations
Figure	Nom		
Symboles Grapher.			
$\sum_{\square}^{\square}$	somme	⇧⌥S	
$\prod_{\square}^{\square}$	produit	⇧⌥P	
$\sqrt{\square}$	racine carrée	⇧⌥V	
$\sqrt[\square]{\square}$	racine n ième	⌥V	
$\int_{\square}^{\square}$	intégrale	⇧⌥B	
( )	parenthèses	(ou)	Pour placer entre parenthèses, accolades ou crochets une expression existante : la sélectionner puis entrer le signe désiré (clavier ou palette d'équation).
{ }	accolades	⌥(ou ⌥)	
[ ]	crochets	⇧⌥(ou ⇧⌥)	

Les raccourcis clavier ci-dessus peuvent varier légèrement avec le matériel utilisé ; ils ont été obtenus avec OS X 10.4.11 à 10.9.5, Grapher 1.1 à 2.5, iMac et MacBook Pro, configurés en français, clavier français AZERTY avec pavé numérique.

Définitions intégrées

Fonctions (dans l'ensemble des réels : ℝ, ou des complexes : ℂ)

Trigonométriques

ℂ	sin(x)
	cos(x)
	tan(x)
	cot(x)
ℝ	sec(x)
	csc(x)
ℂ	asin(x)
	arcsin(x)
	acos(x)
	arccos(x)
	atan(x)
	arctan(x)
ℝ	acot(x)
	arccot(x)
	deg(x)
	rad(x)
	atan2(Δy, Δx)

Hyperboliques

ℝ	sinh(x)
	cosh(x)
	tanh(x)
	coth(x)
	asinh(x)
	arcsinh(x)
	acosh(x)
	arccosh(x)
	atanh(x)
	arctanh(x)
	acoth(x)
	arccoth(x)

ℝ Arrondir à l'entier…

floor(x)	inférieur
ceil(x)	supérieur
round(x)	le plus proche

Standard

ℂ	$\exp(x)$ & $e^{(x)}$	exponentielle
	ln(x)	logarithme népérien
	abs(x)	valeur absolue
ℝ	log(x)	logarithme décimal
	sign(x)	+1 si x > 0, 0 si x = 0, -1 si x < 0
	sgn(x)	
	hypot(x, y…)	$\sqrt{x^2+y^2+\ldots}$
	min(x, y…)	valeur minimale de la liste
	max(x, y…)	valeur maximale de la liste

ℂ Complexes (x est une expression complexe)

Re(x)	partie réelle	
Im(x)	partie imaginaire	
abs(x)	module	
arg(x)	argument	
conj(x)	conjugué, forme a + jb	si x est paramétrée, ces quatre fonctions tracent la courbe dans le plan complexe
inv(x)	inverse, forme a + jb	
det(x)	déterminant, forme a + jb	
complex(x)	si x est constante, la met sous forme a + jb	

ℝ Fonctions spéciales 1/2

$J_n(x)$	Bessel	$E_n(x)$	exp. intégrale
$Y_n(x)$	Bessel	$A_i(x)$	Airy
$I_n(x)$	Bessel mod.	$B_i(x)$	Airy
$K_n(x)$	Bessel mod.	S(x)	intégr
$j_n(x)$	Bessel sphér.	C(x)	intégr. de Fresnel
$k_n(x)$	Bessel sphér.	Ci(x)	cosinus intégral
$\Gamma(x)$	Gamma	Si(x)	sinus intégral

ℝ Fonctions spéciales 2/2

erf(x)	fonction d'erreur
erfc(x)	fonction d'erreur complémentaire
$Y_{l,m}(x,y)$	harmoniques sphériques (3D)
$P_l^m(x)$	polynômes de Legendre associés

Constantes mathématiques		
π = 3,141 592 653 589 79	Nombre π	
e = 2,718 281 828 459 05	Base des logarithmes népériens	
γ = 0,577 215 7	Constante d'Euler	(γ = 0,577 215 664 901 533...)
∞ non défini	Symbole de l'infini	
Constantes physiques		
$c_{light} = 2{,}99792458e8\ m \cdot s^{-1}$	Vitesse de la lumière dans le vide	(c ou $c_0 = 2{,}997\ 924\ 58e8$)
$\varepsilon_0 = 8{,}85418782e-12\ F \cdot m^{-}$	Permittivité électrique du vide	($1/\mu_0 c^2 = 8{,}854\ 187\ 817e-12$)
$F = 9{,}648456e4\ C \cdot mol^{-1}$	Constante de Faraday	(F = 9,648 533 65 (21)e4)
$G = 6{,}67332e-11\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot$	Const. gravitationnelle de Newton	(G = 6,673 84 (80)e-11)
$h_{planck} = 6{,}626\ 2e-34\ J \cdot s$	Constante de Planck	(h = 6,626 069 57 (29)e-34)
$k_{boltz} = 1{,}3807e-23\ J \cdot K^{-1}$	Constante de Boltzmann	(k = 1,380 648 8 (13)e-23)
$N_a = 6{,}022e23\ mol^{-1}$	Nombre d'Avogadro	(N_a ou $L = 6{,}022\ 141\ 29(27)e23$)
$R = 8{,}3144\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$	Constante des gaz parfaits	(R = 8,314 462 1 (75))
$U = 1{,}6605655e-27\ kg$	Unité de masse atomique	($m_u = 1{,}660\ 538\ 921\ (73)e-27$)
$\mu_0 = 1{,}25663706143592e-6$	Perméabilité magnétique du vide	($4\pi 10^{-7}\ H \cdot m^{-1}$ ou $N \cdot A^{-2}$)

Domaines des fonctions trigonométriques inverses

Grapher		**Mathématiques**	
Nom	Domaine	Nom	Domaine
acos(x) ou arccos(x)	0 … +π	Arccos(x)	0 … +π
asin(x) ou arcsin(x)	-π/2 … +π/2	Arcsin(x)	-π/2 … +π/2
atan(x) ou arctan(x)	-π/2 … +π/2	Arctanx)	-π/2 … +π/2
acot(x) ou arccot(x)	0 … +π	Arccotan(x)	0 … +π
atan2(y, x)	0 … +2π ou -π … +π (selon choix fait dans les préférences de Grapher)	angle α de la fonction inverse du système : $\begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ \sin\alpha = \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \end{cases}$	0 … +2π (première détermination de l'angle α)

Remarques :

1) Fonction de Bessel modifiée $K_n(x)$: **voir bug nr. 10 ;**

2) Fonctions sphériques de Bessel $y_n(x)$ et $j_n(x)$: **voir bug nr. 12 ;**

3) Fonctions d'Airy : **voir bug nr. 11 ;**

4) Les fonctions de Bessel existent pour n entier ou fractionnaire ;

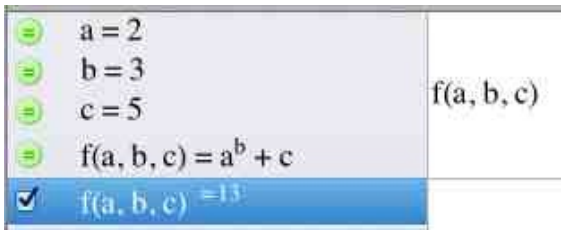
5) Les harmoniques sphériques $Y_{l,\,m}(x, y)$ n'existent que si les fonctions sont réelles (c'est le cas si m = 0) ; il faut $m \geq 0$ et $l \geq m$; emploi en 3D uniquement, par exemple en coordonnées sphériques : $r = Y_{l,\,m}(\phi, \theta)$.

Calculs (évaluations) numériques

Évaluation numérique d'une expression constante.

Expressions (pas de signe =) de la liste des équations ne contenant que des constantes de valeurs numériques fixées, valeurs multiples exclues, dans l'ensemble des réels **R** ou des complexes ℂ. Si l'expression est une constante ou une fonction constante définie par une égalité, il faut entrer le nom de la fonction seul pour obtenir la valeur numérique : f(a, b, c) de la figure.

Si la constante ou la fonction change de valeur, le résultat affiché changera aussi.



Résultat affiché dans la liste des équations.

Entrer l'expression dans l'éditeur d'équations > Touche Retour > la valeur numérique s'affiche après l'expression dans la liste des équations.

Résultat affiché sur le graphe.

Entrer l'expression dans l'éditeur d'équations > sélection dans l'éditeur > glisser-déposer sur le graphe > régler la taille avec les poignées > double-clic dessus > fenêtre, sélection de l'expression, Ajouter la valeur (nota) > la valeur est affichée sur le graphe et sera tenue à jour **> ajuster forme et taille avec les poignées > supprimer de la liste des équations le nom de l'expression devenue inutile, ou le garder dans la liste avec sa valeur affichée.**

Nota : — Pas de transformation : seul le nom de l'expression est affiché ;
— Remplacer par la valeur : la valeur est affichée sans le nom ;
— Ajouter la valeur : elle se place avec le signe = après le nom de l'expression ;

Remarque : Seule la partie réelle d'une valeur complexe s'affiche sur le graphe.

Autres exemples :

$$3 + 4^2 = 19$$

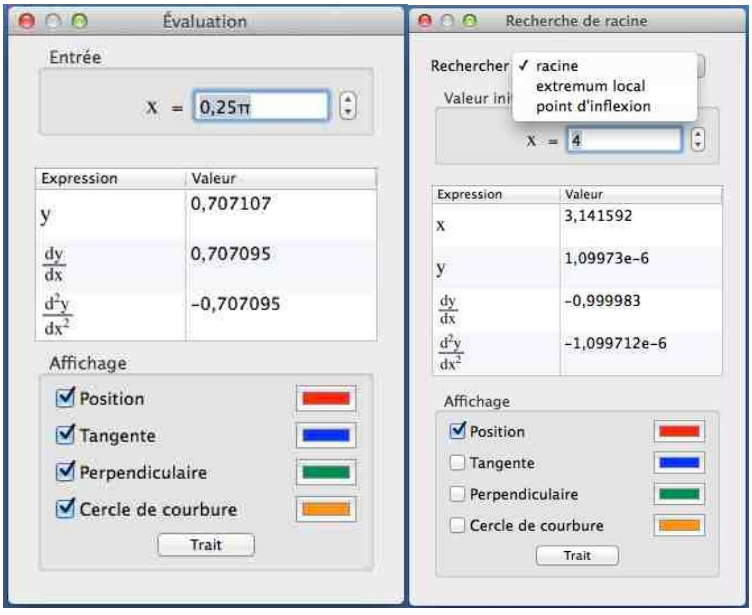
$$\frac{(1+2i)\cdot e^{0,3i}\cdot(2+3i)}{4+i} = -1,06204 + 1,641829i$$

Évaluation numérique des fonctions.

Conditions : Fonctions explicites ou paramétriques ; fonctions, variables et paramètres, appartenant à un seul système de coordonnées (cartésien, polaire, cylindrique ou sphérique) ; fonctions à valeurs multiples : ne sélectionner qu'une seule des valeurs ou des courbes de la fonction.

Calcul des coordonnées de points d'une courbe.

Clic sur la courbe ou son équation > menu Équation > Évaluation... > Cliquez le point désiré sur la courbe, ou entrez une valeur de la variable et touche Retour > affichage des coordonnées en bas de la fenêtre, calcul de la fonction, de ses dérivées première et seconde, affichage sur le graphe du point choisi, des tangente, normale, cercle osculateur en ce point et **clic sur le bouton Trait > affichage de leurs équations** dans la liste **(Grapher 2.2 à 2.5 voir bug nr. 31)**.



Recherche des racines, extrema, points d'inflexion.

Clic sur la courbe ou son équation > menu Équation > Recherche de racine… > Choix de l'option dans le menu contextuel > Cliquez le point approché sur la courbe, ou entrez une valeur approchée de la variable et touche Retour > pour obtenir le calcul des coordonnées du point particulier cherché, des dérivées première et seconde, ce qui permet de vérifier les résultats : y ou y' ou y" très proche de zéro ; affichage sur le graphe du point choisi, des tangente, normale, cercle osculateur en ce point et avec **clic sur le bouton Trait > affichage de leurs équations** dans la liste **(Grapher 2.2 à 2.5 voir bug nr. 31)**.

Tracer la courbe de la dérivée d'une fonction.

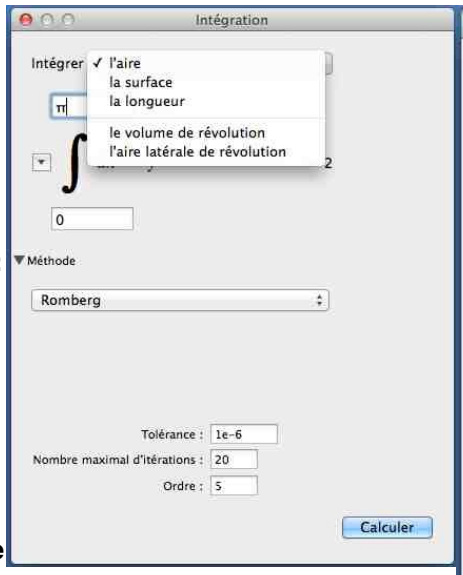
Clic sur l'équation dans la liste > menu Équation > Dériver > remplacement de la fonction originale et de sa courbe par sa dérivée. Recommencer > dérivées successives.
Menu Équation > Intégrer, pour revenir à la dérivée précédente, recommencez jusqu'au retour à la fonction originale.
Ces courbes permettent les calculs de coordonnées de points, de racines, extrema, points d'inflexion, décrits ci-dessus.

Tracer la courbe de l'intégrale d'une fonction (Grapher 2.2 à 2.5 : voir bug nr. 29).

Clic sur l'équation dans la liste > menu Équation > Intégrer > remplacement de la fonction originale et de sa courbe par son intégrale. Menu Équation > Dériver, pour revenir à la fonction originale.
Cette courbe permet les calculs de coordonnées de points, de racines, extrema, points d'inflexion, décrits ci-dessus.

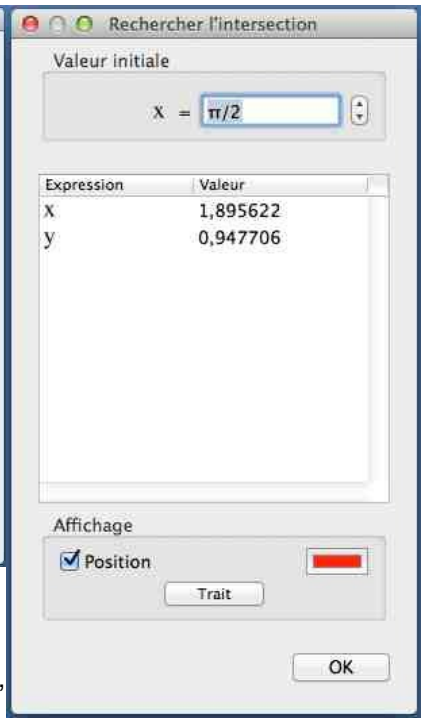
Calcul d'une intégrale définie de fonction (voir aussi bug nr. 26).

Clic sur l'équation > menu Équation > Intégration… > menu contextuel > choix > entrer l'intervalle de l'intégrale, méthode de calcul avec ses réglages > Calculer.
Pour supprimer l'aire d'intégration sur le graphe : menu Équation > Supprimer le domaine d'intégration.



Calcul du point d'intersection de deux courbes.

Sélectionner leurs deux équations (clics avec touche ⌘ ou ⇧) > menu Équation > Recherche d'intersection… > clic sur une courbe au voisinage de l'intersection ou entrer une valeur approchée de la variable > OK.



REMARQUE CONCERNANT LES CALCULS PRÉCÉDENTS : ils seront possibles ou non, leurs fenêtres, réglages, options, menus contextuels, peuvent changer, selon la forme des équations (explicites y = f(x) ou x = f(y), implicites, paramètriques), et le système de coordonnées utilisé.

Évaluation numérique des champs.

Champs scalaires.

Sélection dans la liste d'équations > menu Équation > Évaluation… > choisir les entrées > touche Retour > lire les sorties > affichage optionnel de la position et du vecteur gradient sur le graphe.

Quelles que soient les coordonnées utilisées dans la définition du champ, les entrées sont toujours les coordonnées cartésiennes (x, y) ou (x, y, z) et les sorties : ? $\frac{d?}{dx}$ $\frac{d?}{dy}$ et en 3D $\frac{d?}{dz}$ où le ? remplace la valeur ou le nom du champ.

Champs vectoriels.

— En 2D les définitions possibles (les … sont des fonctions de x, y, r, θ) sont :

$\Delta\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$; $\Delta\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$ et Δx = … ; Δy = … ; Δr = … ; Δθ = … ; (implique que la seconde coordonnée est nulle).

Sélection dans la liste d'équations > menu Équation > Évaluation… > choisir les entrées > touche Retour > lire les sorties > affichage optionnel du vecteur à la position choisie.

Les entrées sont les deux (ou la) coordonnées qui suivent le signe Δ.
Les sorties sont les composantes (coordonnées) de la définition du champ, leurs dérivées premières par rapport à chacune des coordonnées des entrées, la norme (module) (norm) et la divergence (div).

— En 3D les définitions possibles sont semblables à celles en 2D : soit définition des trois coordonnées dans l'un des trois systèmes (Δx, Δy, Δz), (Δr_0, Δθ, Δz), (Δr, Δθ, Δϕ), soit définition par une seule Δx, Δy, Δz, Δr_0, Δr, Δθ, Δϕ. La procédure est la même :

Sélection dans la liste d'équations > menu Équation > Évaluation… > choisir les entrées > touche Retour > lire les sorties > affichage optionnel du vecteur à la position choisie.

- Cas trois coordonnées : $\Delta\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dots\\\dots\\\dots\end{bmatrix}$; $\Delta\begin{bmatrix}r_0\\\theta\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dots\\\dots\\\dots\end{bmatrix}$; $\Delta\begin{bmatrix}r\\\theta\\\phi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dots\\\dots\\\dots\end{bmatrix}$; les … sont des fonctions de $x, y, z, r_0, r, \theta, \phi$ (mélange de coordonnées autorisé)

Les entrées sont alors les trois coordonnées suivant les signe Δ ; les sorties sont les trois composantes de la définition, la norme (module), la divergence, et les dérivées partielles premières des trois composantes de la définition par rapport à chacune des trois coordonnées des entrées.

- Cas une coordonnée :

Les … sont des fonctions de x, y, z, r_0, r, θ, ϕ (mélange de coordonnées autorisé). Noter que Δz seul implique les coordonnées cartésiennes et que Δθ seul les coordonnées cylindriques.

$\Delta x =$ … (implique $\Delta y = \Delta z = 0$) ; entrées x, y, z ; sorties Δx, norm, div, $\frac{d\Delta x}{dx}, \frac{d\Delta x}{dy}, \frac{d\Delta x}{dz}$

$\Delta y =$ … (implique $\Delta x = \Delta z = 0$) ; entrées x, y, z ; sorties Δy, norm, div, $\frac{d\Delta y}{dx}, \frac{d\Delta y}{dy}, \frac{d\Delta y}{dz}$

$\Delta z =$ … (implique $\Delta x = \Delta y = 0$) ; entrées x, y, z ; sorties Δz, norm, div, $\frac{d\Delta z}{dx}, \frac{d\Delta z}{dy}, \frac{d\Delta z}{dz}$

$\Delta r_0 =$ … (implique $\Delta\theta = \Delta z = 0$) ; entrées r_0, θ, z ; sorties Δr_0, norm, div, $\frac{d\Delta r_0}{dr_0}, \frac{d\Delta r_0}{d\theta}, \frac{d\Delta r_0}{dz}$

$\Delta\theta =$ … (implique $\Delta r_0 = \Delta z = 0$) ; entrées r_0, θ, z ; sorties $\Delta\theta$, norm, div, $\frac{d\Delta\theta}{dr_0}, \frac{d\Delta\theta}{d\theta}, \frac{d\Delta\theta}{dz}$

$\Delta r =$ … (implique $\Delta\theta = \Delta\phi = 0$) ; entrées r, θ, ϕ ; sorties Δr, norm, div, $\frac{d\Delta r}{dr}, \frac{d\Delta r}{d\theta}, \frac{d\Delta r}{d\phi}$

$\Delta\phi =$ … (implique $\Delta r = \Delta\theta = 0$) ; entrées r, θ, ϕ ; sorties $\Delta\phi$, norm, div, $\frac{d\Delta\phi}{dr}, \frac{d\Delta\phi}{d\theta}, \frac{d\Delta\phi}{d\phi}$

Évaluation numérique des suites.

Le calcul et l'affichage de la (ou les) **valeur du (ou des) n-ième terme d'une suite** s'obtient en modifiant le domaine de l'indice de la façon suivante :

i = n…n > touche Retour ; la (ou les) valeur s'affiche en fin de définition de la suite dans la liste des équations.

Si des **constantes à valeurs multiples** entrent dans la définition de la suite, il faut ne leur laisser qu'**une valeur chacune**, sinon le calcul se fera par défaut avec la dernière valeur prévue de chaque constante.

Évaluation numérique des ensembles de points.

Le traitement des ensembles de points aboutit au tracé de courbes de régression, à l'affichage de leurs équations et d'autres paramètres, au calcul d'un coefficient de corrélation.

Les procédures nécessaires sont exposées en détail dans la **Leçon 6 : Traiter un ensemble de points (Courbes de régression) page 31 du chapitre Initiation.**

Précision des calculs.

Affichage des valeurs numériques.

— En virgule flottante avec 15 chiffres significatifs (unité, 14 décimales, e, exposant) ;
— Nombres entiers ≤ $(10^{16} - 1)$ soit 16 chiffres au maximum ;
— 2^n avec $n \leq 53$

Précision des calculs.

Pour ceux effectués à partir de données numériques exactes, la précision est celle de l'affichage que l'on vient de décrire.
Pour les calculs par d'autres méthodes (intégration, dérivation, équation différentielles, fonctions spéciales, etc.) elle varie et dépend des options de la rubrique « Avancé » des Préférences, et de celles choisies dans les fenêtres pop-up de chaque type d'opération.

Préparation, présentation, enregistrement et exportation du document

Ouverture d'un nouveau document.

Choix du modèle de graphe. Utiliser une des procédure suivantes ;

- **— Démarrer Grapher > fenêtre Nouvelle courbe > choix Courbe 2D ou 3D > choix du modèle ;**
- **— ⌘N** ou **menu Fichier > Nouveau…** puis comme ci-dessus ;
- **— ⌘O** ou **menu Fichier > Ouvrir…** un fichier GCX (.gcx) ;
- **— Menu Fichier > Ouvrir l'élément récent ►** fichier GCX (.gcx) ;
- **— Double-clic sur un fichier GCX ;**
- **— Glisser-Déposer l'icône d'un fichier GCX sur celle de Grapher ;**
- **— Menu Exemples > choix d'un exemple 2D ou 3D (voir bugs nr. 6, 19, 28, 29) ;**
- — Si un document 2D est ouvert : ⇧⌥⌘**3** ou **menu Présentation > Passer en affichage 3D ;**
- — Si un document 3D est ouvert : ⇧⌥⌘**2** ou **menu Présentation > Passer en affichage 2D.**

Régler la taille de la fenêtre.

En tirant son **coin inférieur droit** pour l'ensemble, et en utilisant les **deux poignées** sur les bordures du graphe pour les dimensions des trois champs (liste des équations, éditeur, graphe). Voir les **bugs nr. 1 & 2.**

Choix des dimensions du Graphe.

- — En 2D : - menu Format > Disposition… > Taille et Marges,
  - voir chapitre Initiation, Leçon 3, page 15, « Dimensionnement précis du graphe »,
  - pour taille maximum : voir chapitre Initiation, Leçon 4, page 20, « Préparation du document » ;
- — En 3D : voir chapitre Initiation, Leçon 5, page 28, « Régler la taille du graphe 3D ».

Restauration du graphe.

Nécessaire après redimensionnement de la fenêtre ou ouverture d'un fichier GCX (cf. **bug nr. 1 & 2**) : voir chapitre Initiation, Leçon 4, page 21, « Ouverture d'un fichier GCX … » et « Modification de la fenêtre de travail … ».

Formats des axes, grilles et cadre du graphe.

Nous avons à notre disposition :

En 2D.

- — Les outils : voir chapitre Initiation, Leçon 1, page 9, « Les outils … » ;
- — Menu Format > Système de coordonnées (Lin, Log, etc),
  > Disposition… > Marges et Arrière-plan,
  > Axes et grilles… (et cadre) ;
- — Menu Présentation > Limites du cadre… et doublures des outils ;
- — Les **Inspecteurs** de chacun des axes, grilles et cadre .

Consulter aussi le chapitre Initiation :

- — Leçon 1, page 9, « Réglage fin des limites du cadre » ;
- — Leçon 2, page 11, « Réglage des axes et des limites du cadre » ; page 12, « Personnalisation des axes » ; page 13, « Personnalisation du cadre » ;
- — Leçon 3, pages 15 & 16, « Cadre pour le graphe et marges minimum » ; page 17, « Choix des échelles et graduations des axes » ;
- **— Voir le bug nr. 2.**

En 3D.

- — Les outils, menus Format et Présentation, **Inspecteurs**, comme en 2D.

Voir également :

- — Chapitre Initiation, Leçon 5, page 28, « Personnaliser axes, cadre et arrière-plan du graphe » ; page 29, « Mise en page du graphe 3D ».

Personnalisation des courbes, surfaces et points.

— Utiliser les **Inspecteurs,** en particulier les **réglages de Résolution, Densité ou Pas,** gros consommateurs de Ko ; par exemple un graphe avec l'équation y = x donne un fichier GCX pesant 40 Ko en résolution minimum (suffisante) et 940 Ko en résolution maximum ! Après ces modifications, ne pas oublier le clic sur le bouton de mise à jour (flèche circulaire) ;
— Menu Format > Recolorer les courbes sélectionnées…

Relire aussi dans le **chapitre Initiation :**
— Leçon 1, page 10, « Modifier l'apparence des courbes » ;
— Leçon 2, page 12, « Personnalisation des courbes » ;
— Leçon 4, pages 24 & 25, «Personnalisation du graphe» et « Réglages pour les solutions de l'équation différentielle »;
— Leçon 5, pages 28, « Modifier, personnaliser les courbes 3D et surfaces » ;
— Leçon 6, pages 32 & 35-36, « Personnalisation des points et courbes », « Dessiner avec les ensembles de points ».

Ajout d'objets sur le graphe en 2D.

Procédés utilisables.

On peut se servir de :
— **Menu Objet** > toutes les rubriques ;
— **Glisser-Déposer des équations** rédigées avec les éditeurs d'équations de Microsoft Office, AppleWorks, MathType, etc.

Revoir dans le **chapitre Initiation:**
— Leçon 1, page 10, « Ajout d'objets sur le graphe » ;
— Leçon 2, page 13, « Ajout d'objets sur le graphe », « Ajout d'équations sur le graphe », « Autres ajouts sur le graphe » ;
— Leçon 3, pages 18 & 19, « Affichage automatique sur le graphe de valeurs évolutives de paramètres », « Autres objets placés sur le graphe » ;
— Leçon 4, page 24, « Personnalisation du graphe ».

Objets « attachés au champ réel » ou non.

Les objets ajoutés sur le graphe peuvent être « attachés au champ réel » ou non, selon que l'on a coché ou non la case ad hoc de l'inspecteur.

— Objet non attaché au champ réel.
C'est la situation par défaut (case non cochée).
Il garde une taille fixe et ses distances aux côtés haut et gauche du champ (marges comprises) du graphe restent constantes, quand on modifie axes, échelles, marges, dimensions du graphe, taille de la fenêtre, etc.
Ces caractéristiques sont sauvegardées lors de l'enregistrement, et les objets retrouvent leurs places et tailles après ouverture du fichier .gcx et restauration des longueur, hauteur et échelle Oy du graphe **(bugs nr. 2).**

— Objet attaché au champ réel.
Pour cela, cocher la case de l'inspecteur.
Il garde une taille fixe et un point précis de cet objet garde constantes ses coordonnées (x ; y) lors des déplacements des axes et des modifications d'échelles des coordonnées. Le point fixe de l'objet est, pour une flèche sa pointe, et peut être choisi pour les autres en déplaçant avec la souris la cible ronde dans le carré de l'inspecteur (en particulier bords ou coins).
Les modifications de la fenêtre de travail, de la taille et des marges du graphe, modifient de façon incohérente l'emplacement des objets.
Aprés ouverture d'un fichier .gcx sauvegardé, les objets attachés au champ réel ont retrouvé leurs coordonnées, mais la restauration des dimensions et échelle sur Oy d'origine du graphe les déplace **(cf. bug nr. 2)** ; donc finalenement il n'y a pas de sauvegarde des objets attachés au champ réel.
Cette procédure peut être utile pour nommer des points remarquables ou placer des commentaires liés à des courbes, ils resteront correctement placés et permettront des enregistrements du graphe seul avec divers grossissements ou modifications d'échelles de coordonnées.

Case à cocher « Auto » : fonction non encore découverte…

Graphes 3D : perspective et options de présentation.

Perspective.

Grapher présente les graphes 3D en vue perspective véritable (perspective conique) à trois points de fuite ; d'où une déformation des graphes, en particulier du cadre (cube), un peu surprenante comparée à celle de la perspective cavalière habituelle en mathématiques, d'autant plus que l'observateur est placé très près du cadre du graphe. Les paramètres de la perspective de Grapher ne sont pas réglables et il n'existe pas d'option «perspective cavalière».

Effets des zooms.

Menu présentation > Zoom avant (arrière), ⌘+, ⌘- et **boutons Agrandir Réduire** de la barre d'outils ne modifient pas la dimension de la figure 3D, dimensions des axes et cadre restant inchangés, mais agissent sur celles du graphe par modification des échelles de coordonnées.

Fenêtre pop-up Angles de vue.

Les commandes accessibles par le **menu Fenêtre > Afficher les angles de vue** ou par ⇧⌘**V** agissent sur l'ensemble de la figure (axes + cadre + graphe) sans modification des échelles de coordonnées. On peut entrer les valeurs suivantes :

— Δx et Δy déplacent la figure horizontalement et verticalement dans le champ des graphes ;
— Δz simule son rapprochement ou son éloignement en modifiant sa taille, fonction exponentielle de Δz ;
— Réduire / agrandir donne le même effet, mais la taille est proportionnelle au paramètre affiché (> 0) ;
— ϕ, θ et ψ sont trois angles en degrés permettant d'observer la figure depuis une direction quelconque par rapport aux axes de coordonnées.

On peut voir dans cette fenêtre les mentions Par défaut, Au-dessus, Avant, Gauche et des boutons pour créer d'autres lignes. Ce sont des commandes de réglages des sept paramètres ci-dessus pour des présentations normalisées, comme le suggère la lecture du fichier de préférence com.apple.grapher.plist (voir **bug nr. 25**). La souris permet d'obtenir toute combinaison ϕ θ ψ pour afficher par exemple : Par défaut 90° 45° 135°, Au-dessus 0° 0° 135°, Avant 90° 90° 135°, Gauche 90° 90° 180° en degrés dans l'ordre ϕ θ ψ.

Rotations du graphe en 3D.

• Si le bouton «Action / Rotation» est sélectionné :
— déplacement Est-Ouest de la souris = rotation du graphe autour de l'axe Oz ;
— déplacement Nord-Sud de la souris = rotation du graphe autour d'un axe Est-Ouest passant par l'origine des axes ;
— avec la touche «option» (alt) le déplacement Nord-Sud de la souris donne une rotation d'axe perpendiculaire à l'écran du moniteur (zénith-nadir), qui permet par exemple d'orienter l'axe Oz dans une position autre que Nord-Sud.

• Si le bouton «Action / Rotation est grisé : pas de commandes sur la rotation.

Autres actions sur le graphe 3D.

• Touche «Majuscules» (Shift) + souris pour zoomer la figure en totalité.
• Touche «Pomme» (Commande) + souris pour déplacer la figure en totalité dans la fenêtre du graphe.
• Boutons «Agrandir» et «Réduire» : modifient les échelles des trois axes, cadre et axes gardant les mêmes dimensions, la figure tracée restant limitée aux mêmes cotes. Cette figure est finalement seule à voir sa taille modifiée.

Autres utilisations.

Animations.

— **Menu Équation > Animation de paramètre :** chap. **Initiation, Leçon 3 page 15**, explications détaillées (2D).
— **Menu Équation > Création d'animation… :** ch. **Initiation, Leçon 5 page 27**, explications détaillées (2D et 3D).

Ensembles de points.

Voir chapitre **Initiation Leçon 6 page 31** pour leurs utilisations.

Champs scalaires et vectoriels.

Voir Menu **Exemples** > 2D Examples > **Fields** et > 3D Examples > **Vector Field**. **(Voir bug nr. 4).**

Les exemples fournis avec le logiciel sont une source d'information à ne pas négliger ; une fois ouverts, leurs fichiers GCX sont opérationnels et modifiables. **(Voir bugs nr. 6 & 21).**

Informations à noter avant enregistrement (2D).

Avant de sauvegarder un document 2D il faut noter quatre nombres :

— L largeur du graphe (unité : le point, plus précis et multilingue),
— H sa hauteur (unité : le point, plus précis et multilingue),
— minimum et maximum de l'échelle des ordonnées (Oy).

Il est commode de les inscrire en commentaires dans la liste des équations (voir **bug nr. 27)**.
Ces données sont nécessaires pour restaurer le document 2D original après ouverture d'un fichier GCX (**cf. bug nr. 2).**

Enregistrement, exportation, modèles.

Sauvegarder le document en fichier GCX (.gcx).

⌘**S** ou ⇧⌘**S** ou **menu Fichier > Enregistrer sous…** ou **Enregistrer** ou **Tout enregistrer**
Voir bug nr. 2. Le document pourra être réouvert pour le retravailler, le modifier, etc.

Exportation les équations.

— Voir chapitre Utiliser l'éditeur d'équations, page 50, « Exporter une équation » (une seule à la fois).
— Pour enregistrer la liste des équations, faire une copie d'écran par ⇧⌘**4**.

Exporter le graphe.

— En créant un **fichier d'image** : **menu Fichier > Exporter… > choisir le format**, TIFF (régler Résolution), PDF, EPS ou JPEG (régler Résolution et Compression).
— En **copiant son image** dans le presse-papier pour la coller ensuite dans une autre application :
Ctrl-clic ou **clic droit dans le graphe > menu contextuel Copier sous format TIFF, PDF ou EPS**
ou menu Édition > Copier sous format TIFF, PDF, ou EPS.
— En **imprimant** son image : **menu Fichier > Format d'impression puis Imprimer…** etc., permet aussi de créer un fichier PDF.

Pour un dimensionnement précis du graphe : chapitre Initiation, Leçon 3, pages 15 & 16, «Dimensionnement précis du graphe », « Contrôle et étalonnage du dimensionnement ».

Création et archivage de documents modèles.

Une fois créé et personnalisé, le modèle est enregistré en fichier GCX **(penser au bug nr. 2)** ; pour le rendre accessible par le menu Exemples, le ranger dans un dossier à placer en :
Macintosh HD > Bibliothèque > Application Support > Apple > Grapher > Examples > 2D Examples, 3D Examples, **dossiers de modèles.**

Les bugs de Grapher

Un peu d'histoire.

Origine de Grapher.

Grapher 1.1, utilititaire de OS X 10.4.11 Tiger (11/2007), est la version Apple de Curvus Pro X version 1.3.2 (2006-8). Quand un bug de Grapher existait déjà dans Curvus Pro X, mention en est faite dans le titre du bug. Grapher 2.0 a remplacé la version précédente dans OS X 10.5 Leopard (5/2008), Grapher 2.1 a suivi dans Snow Leopard OS X 10.6 (10/2009), Grapher 2.2 dans Lion OS X 10.7 (8/2011) , 2.3 dans 10.7.4 (5/2012) et dans Mountain Lion 10.8 (10/2012), Grapher 2.5 dans Mavericks OS X 10.9 (10/2013) et Yosemite OS X 10.10 (10/2014).

Principales différences entre Curvus Pro X et Grapher.

POSSIBILITÉS DISPARUES :

— dans les Préférences : - les modules ajoutant trois fonctions en 2D,
- en 2D Arrière-plan transparent lors de l'exportation ;

— menu Format : faculté de modifier les noms des coordonnées ;

— barre d'outils : le curseur en croix « Coordonnées » qui permettait en 2D l'affichage de celles-ci en tout point du plan, ainsi que leurs différences entre deux points ;

— menu Définition (maintenant Équation) : Synthétiser un son selon la forme d'une fonction ;

— menu Vue (maintenant Présentation) > Passer en affichage 3D : cette commande est restée pour changer le type de graphe (2D à 3D et vice-versa) ; elle permettait en plus, dans Curvus Pro X, de convertir d'un simple clic une courbe 2D génératrice y = f(x) en surface de révolution, sans être tenu d'entrer son équation 3D.

Je regrette particulièrement la possibilité de choisir les noms de coordonnées, très commode pour personnaliser équations et axes, et la synthèse des sons très utile en acoustique pour en expliquer la génération.

AIDE ET EXEMPLES :

— l'aide a été considérablement réduite, devenu insuffisante et mal présentée ; c'est très dommageable pour ce logiciel remarquable ;

— les exemples suivants ne sont pas passés dans Grapher :
- En 2D : Bifurcation Diagram, Examples of Functions, Piecewise Defined functions, Serie, Stationary Wave, Variable parameter, Waves ;
- En 3D : Bipolar Field, Implicit Surface, Interferences, Klein Bottle, Surface of Revolution.

Ces exemples avaient un interêt didactique (mathématique, syntaxe, animation, présentation, spectaculaire).

LES NOUVEAUTÉS :

Il n'y a malheureusement dans ce domaine aucune amélioration ; la seule nouveauté, hélas regrettable, est l'apparition d'un grand nombre de bugs dont l'inventaire et les moyens d'y remédier sont les sujets du paragraphe suivant.

Les bugs de Grapher et leurs remèdes (OS X en français).

Bug nr. 1 (Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). En modifiant la taille de la fenêtre principale en 2D, on change les dimensions du graphe qui avaient été réglées dans le menu Format ; les étendues des échelles des axes sont conservées ; les objets ajoutés ont gardé les mêmes cotes en pixels de l'écran par rapport au coin haut-gauche de l'ouverture réservée au graphe dans la fenêtre ; leurs tailles en pixels reste inchangées ; ils se sont donc déplacés par rapport au cadre du graphe, ce dernier s'est déformé en modifiant le rapport L / H : **très gênant !**

Le remède : pour rétablir le graphe 2D après modification de la taille de la fenêtre : menu Format > Disposition… > Taille > refaire le choix initial (Taille du papier ou valeurs L et H)... ou éviter d'avoir à le faire en choisissant une fenêtre assez grande au départ.

Correction proposée : rendre la taille du graphe indépendante de celle de la fenêtre principale.

Bug nr. 2 (Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). L'enregistrement se fait mal en 2D (menu Fichier > Enregistrer, Enregistrer sous…). Ne sont pas sauvegardés : le dernier emplacement sur l'écran de la fenêtre principale, la taille du graphe, les valeurs maximum et minimum de l'échelle des ordonnées : **très très gênant !**

Remarque : Les fenêtres nouvelles de Grapher 1.1 (fenêtre secondaire Grapher > Nouvelle courbe > Courbe 2D ou 3D) s'ouvrent toujours à la même place sur l'écran (OS X 10.4.11 configuré en français) dépendant de la langue utilisée par Grapher : si c'est l'anglais, bien placées et couvrant la majeure partie de l'écran, si c'est le français, les fenêtres ont même hauteur mais largeur moitié et sont situées sur la moitié droite de l'écran. Cette anomalie a disparu avec Grapher 2.0 à 2,5 (anglais ou français).

Le remède : pour rétablir le graphe 2D après ouverture d'un fichier GCX (.gcx) : menu Format > Disposition… > Taille > refaire le choix initial (Taille du papier ou valeurs L et H) **à faire deux fois de suite** ; puis menu Présentation > Limites du cadre... > entrer les valeurs minimum et maximum de y. Cela oblige à noter quatre valeurs numériques, L, H, y-min, y-max, par exemple en tête de la liste des équations (ou en fin de liste : voir **bug nr. 27**).

Correction proposée : compléter l'enregistrement en 2D.

Bug nr. 3 (Curvus Pro X 1.3.2, Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). En 2D, menu Format > Disposition… > Taille, dans cette fenêtre secondaire on constate :

— des erreurs de conversion d'unités pour les largeurs et hauteurs ; les valeurs en pt et inch sont cohérentes (72 pt par inch), de même pour cm et mm (10 mm par cm) ; la conversion pt-inch en cm-mm est erronée car faite sur la base de 25,6 mm par inch au lieu de 25,4. Après impression, les dimensions du graphe sur le papier sont exactement celles données en pt ou inch dans la fenêtre Taille (erreur -0,2 % pour L et -0,5 % pour H) ; si on passe aux mm les erreurs deviennent -1,0% et -1,3 % ; surprenant dans un logiciel de mathématiques !

— dans Grapher configuré en français : - les inches ne s'affichent pas, mais répètent le nombre de points (pt), l'entrée de valeurs est impossible en inch, on ne peut utiliser que pt, cm ou mm,

- on a remplacé inch par pouce, il ne fallait pas traduire et garder inch ;

— dans Grapher configuré en anglais : tout est affiché (avec l'erreur de conversion) et on peut entrer les dimensions dans les quatre unités de longueur.

Le remède : multiplier les valeurs lues en cm et mm par 25,4 / 25,6 = 0,992 ou utiliser les valeurs en pt et inch.

Correction proposée : corriger la conversion pt-inch en cm-mm, faire en sorte que les affichages et entrées en version française soient comme dans la version anglaise, remplacer pouce par inch dans la traduction française.

Bug nr. 4 (Curvus Pro X 1.3.2, Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). En 2D et 3D, anomalie dans l'enregistrement des champs de vecteurs. Lorsqu'on ouvre le fichier d'un champ de vecteur on constate :

— avec Grapher 1.1 et 2.0 les graphes des champs en 2D sont modifiés : les coordonnées Δy ou $\Delta\theta$ sont nulles en tout point ;

— dans toutes les versions, la fenêtre secondaire menu Équation > Évaluation ne montre que la première coordonnée de vecteur, Δx ou Δr en 2D, Δx Δr_0 ou Δr en 3D, en deux (2D) ou trois exemplaires (3D).

Le remède : modifier légèrement l'équation du champ > touche Retour > la rétablir > touche Retour > tout rentre dans l'ordre.

Correction proposée : Faire le nécessaire...

Bug nr. 5 (Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). Menu Présentation > Passer en affichage 3D, cette commande ne joue plus un de ses rôles : elle permettait par un simple clic d'ouvrir dans Curvus Pro X un graphe 3D et d'y créer une surface de révolution d'axe Oz à partir d'une courbe génératrice y = f(x) tracée en 2D, r_0 et z remplaçant y et x, sans affichage de l'équation modifiée.

Le remède : Il n'est guère plus compliqué d'entrer directement l'équation $r_0 = f(z)$ dans un graphe 3D...

Correction proposée : Si l'abandon de cette fonction n'est pas délibéré, rétablir son rôle d'origine.

Bugs nr. 6 (Grapher 1.1 et 2.0). Anomalies des coordonnées θ et ϕ en 2D et 3D.

Pour connaître les systèmes de coordonnées utilisées et/ou utilisables dans une fenêtre de Curvus Pro ou Grapher, qu'elle soit nouvelle, venant d'un exemple, ou d'un autre graphe enregistré : dans cette fenêtre menu Équation > Nouvel ensemble de points > Modifier les points > Coordonnées > Système à choisir qui donne les noms des coordonnées utilisables dans cette fenêtre.

— Bug nr. 6.1 (Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). En 2D les fenêtres nouvelles ouvertes avec la fenêtre secondaire « Nouvelle courbe » utilisent (x, y) et (r, θ) ; il en est de même pour les graphes enregistrés à partir de celles-ci. Mais les « Exemples 2D » (sauf Polar Logarithmic) utilisent ϕ à la place de θ, il en est de même pour les graphes obtenus par modifications des équations d'un fichier d'exemple.

Le remède : le plus sage me paraît d'adopter θ et de rebâtir les exemples 2D à partir de nouvelles fenêtres pour éviter de future confusions θ / ϕ.

Correction proposée : Même idée.

— **Bug nr. 6.2 (Grapher 1.1).** En 3D les fenêtres nouvelles montrent les noms de coordonnées (x, y, z), (r_0, θ, z), (r, θ, θ) ! On constate d'ailleurs que les coordonnées sphériques n'existent pas pour les fenêtres neuves 3D de Grapher 1.1 . Mais les « Exemples 3D » sont restés à (x, y, z), (r_0, ϕ, z), (r, ϕ, θ).

Le remède : Conserver les exemples 3D en l'état, travailler sur une fenêtre ouverte à partir d'un exemple 3D que l'on aura « nettoyé » de ses équations ; cela permet d'utiliser les trois systèmes de coordonnées ; on peut aussi ajouter dans le dossier d'exemples 3D un dossier de modèles de ce type.

Bug résolu dans Grapher 2.0 à 2.5 : Tout est devenu cohérent avec (x, y, z), (r_0, θ, z), (r, θ, ϕ) dans les nouvelles fenêtres. Les exemples utilisent les mêmes coordonnées correctes dans 2.0, **mais θ et Φ sont à nouveau permutés (sauf Toroid et Torus-Knot) dans Grapher 2.1 à 2.5** dont il faudra rebâtir les exemples dans de nouvelles fenêtres.

Bug nr. 7 (Grapher 1.1). En 3D, coordonnées cylindriques et sphériques, le système d'axes s'affiche incomplètement en prévisualisation (fenêtre de choix 2D-3D) et dans la fenêtre de travail.

Bug résolu dans Grapher 2.0 à 2.5.

Bug nr. 8 (Grapher 1.1 et 2.0). En 2D, dans les réglages des axes permis par l'Inspecteur, on peut modifier la position du nom de l'axe par rapport à lui ; le curseur qui règle la distance du nom à l'axe ne fonctionne pas correctement : le nom reste toujours du même côté... Cela marchait très bien dans Curvus Pro X.

Le remède : Utiliser l'Inspecteur pour supprimer le nom de l'axe puis le menu Objet > Insérer un texte > taper le nom de l'axe > le placer à l'endroit désiré.

Bug résolu dans Grapher 2.1 à 2.5.

Bug nr. 9 (Grapher 1.1). On ne peut pas donner de noms aux ensembles de points ni aux groupes.

Un demi-remède : Menu Équation > Nouvelle équation > supprimer " y= " > taper le titre souhaité > touche Retour > Menu Équations > Nouveau groupe ou ensemble de points (qui resteront sans titre sauf celui de la ligne au-dessus).

Bug résolu dans Grapher 2.0 à 2.5.

Bug nr. 10 (Grapher1.1 et 2.0). La fonction prédéfinie de Bessel modifiée de deuxième espèce $K_n(x)$ n'existe plus que pour n = 0 ou1.

Le remède : Utiliser la relation de récurrence entre K_n K_{n-1} K_{n-2} pour obtenir les K_n successifs pour $n \geq 2$.

Bug résolu dans Grapher 2.1 à 2.5.

Bug nr. 11 (Grapher 1.1). L'application quitte lorsqu'on entre des équations contenant les fonctions d'Airy Ai(x) et Bi(x) qui ne sont donc pas utilisables.

Le remède : Utiliser leurs définitions, voir <http://mathworld.wolfram.com/AiryFunctions.html>.

Bug résolu dans Grapher 2.0 à 2.5.

Bug nr. 12 (Curvus Pro X 1.3.2, Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). Sur les fonctions sphériques de Bessel $j_n(x)$ et $y_n(x)$:

- Dans Curvus Pro les deux donnent le graphe de $j_n(x)$;
- Dans Grapher 1.1, $j_n(x)$ est nulle pour tous n et x et $y_n(x)$ n'est pas reconnue ; dans les versions 2.0 à 2.5, les deux fonctions sont reconnues mais nulles pour tous n et x.

Le remède : Utiliser leurs définitions, voir < http://mathworld.wolfram.com/ >. Attention : j, y et non J, Y.

Proposition de correction : Faire le nécessaire !

Bug nr. 13 (Grapher 2.0 en français). La cerise sur le gâteau ! Dans la fenêtre de choix entre courbes 2D ou 3D, le graphe 2D anciennement et justement nommé « Log-log » est appelé maintenant « Historique-historique » ! Pourquoi pas « Journal de bord-journal de bord » pour plaire aux marins plutôt qu'aux historiens ?

Bug résolu dans Grapher 2.1 à 2.5.

Bug nr. 14 (Curvus Pro X 1.3.2, Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). En 2D, « Animation de paramètre » :

Dans une nouvelle fenêtre 2D (fenêtre secondaire « Nouvelle courbe > Courbe 2D »), créer une courbe animée par un paramètre, ne pas lancer l'animation. Avec l'outil Déplacer (main) changer la place des axes et grilles : la courbe fixe suit les axes. Lancer l'animation, même manœuvre : la courbe animée ne suit plus les axes mais reste liée au cadre du graphe. Arrêter l'animation, même manœuvre encore : la courbe fixe saute à sa place normale sur les axes.

Enregistrer le graphe, le rouvrir : les effets ci-dessus n'existent plus !

Le remède : Inutile.

Proposition de correction : Conserver cette curiosité !

Bug nr. 15 (Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). En 2D, menu Équation > Création d'animation… :

Les animations de l'onglet Réduire / agrandir (zooms divers) n'animent que les axes et grilles mais pas les courbes tracées qui restent parfaitement stables.Ces types d'animations sont sans intérêt dans ces conditions. Cela fonctionnait parfaitement dans Curvus Pro X 1.3.2, les effets de zoom portaient sur axes, grilles et courbes.

Proposition de correction : restaurer ces fonctions d'animations.

Bug nr. 16 (Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). En 3D, menu Équation > Création d'animation… : ni les animations de paramètres (dans cette fenêtre pop-up) ni celles des onglets Réduire / agrandir et Limites du cadre ne fonctionnent. La seule possible par cette procédure est celle de l'onglet « Orientation ».

Proposition de correction : restaurer ces fonctions d'animations.

Bug nr. 17 (Curvus Pro X 1.3.2, Grapher 1.1 et 2.0). Erreur sur le nom d'une unité :

Menu Grapher > Préférences... > Avancé > Mode Trigonométrique > l'unité d'angle « gradient » n'existe pas, c'est «grade».

Bug résolu dans Grapher 2.1 à 2.5.

Bug nr. 18 (Grapher 1.1). Erreur de nom de coordonnée :

Menu Grapher > Préférences... > Avancé > Valeurs angulaires polaires, dans le texte explicatif sous le menu contextuel, la variable d'angle polaire est ϕ ce qui est erroné.

Bug résolu dans Grapher 2.0 à 2.5.

Bug nr. 19 (Grapher 1.1). Erreurs de noms de coordonnées :

Menu Équation > Nouvelle équation à partir d'un modèle…, les noms des coordonnées figurant dans les modèles sont ceux par défaut de Curvus Pro X 1.3.2, et n'ont pas été mis à jour des modifications introduites par Grapher :

— **Bug nr. 19.1 (Grapher 1.1).** En 2D il y a encore ϕ au lieu de θ comme angle polaire.

Le remède : Remplacer ϕ par θ dans les modèles choisis.

Bug résolu dans Grapher 2.0 à 2.5.

— Bug nr. 19.2 (Grapher 1.1). En 3D, les coordonnées cylindriques montrent ϕ au lieu de θ, les coordonnées sphériques montrent (r, ϕ, θ) au lieu de (r, θ, ϕ).

Le remède : Pour Grapher 1.1 ne pas modifier **(comme pour le bug nr. 6.2)**.

Bug résolu dans Grapher 2.0 à 2.5.

Bug nr. 20 (Curvus Pro X 1.3.2, Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). En 2D et 3D les définitions globales de paramètres ou de fonctions incluses dans un groupe restent en vigueur tout en étant invisibles après suppression du groupe. Exemple : dans une nouvelle fenêtre 2D, on crée un groupe et on y entre « f(x) = {sinx, cosx, tanx} », on supprime le groupe, il n'y a plus rien dans la liste des équations ; on crée l'équation « y = f(x) » seule, elle affiche sur le graphe les trois fonctions trigonométriques anciennement définies par f(x) effacée. De plus, la définition globale de fonction ou paramètre devenue invisible ne peut plus être supprimée et « pollue » définitivement la fenêtre de travail ; il arrive que l'on ne puisse plus y entrer de nouvelles équations.

Les remèdes : Ne pas insérer dans les groupes de définitions globales de paramètres ou fonctions, ou bien les sortir du groupe avant de supprimer ce dernier. Si un groupe contenant une définition globale à été supprimé, recommencer le travail dans une fenêtre neuve libre de « fantômes » d'anciennes définitions.

Correction proposée : Savoir se contenter des remèdes indiqués me paraît raisonnable.

Bug nr. 21 (Curvus Pro X 1.3.2, Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). Dans OS X configuré en français, la virgule décimale n'est pas acceptée dans les exemples 3D, seul le point décimal y est possible.

Les remèdes : Pour Grapher 1.1, utiliser le point décimal (à cause du remède prescrit pour le bug nr. 6.2). Pour Grapher 2.0 à 2.5, refaire tous les exemples dans des nouvelles fenêtres qui sont corrigées des erreurs de noms de coordonnées et autorisent la virgule décimale.

Correction proposée : Refaire les exemples 3D dans des nouvelles fenêtres **(voir bug nr. 6)**.

Bug nr. 22 (Grapher 2.0). Lorsqu'on enregistre un document 2D ou 3D contenant un groupe vide, le fichier GCX ainsi créé ne peut pas être ouvert, le travail effectué est donc perdu.

Le remède : Ne pas laisser de groupe vide (entrer une lettre ou un chiffre suffit) dans les documents à enregistrer.

Bug résolu dans Grapher 2.1 à 2.5.

Bug nr. 23 (Grapher 2.0). Les dérivées et donc les équations différentielles, d'ordre supérieur à 1 ne sont plus reconnues (contrairement à Curvus Pro X 1.3.2 et Grapher 1.1 qui n'avaient pas de limite à l'ordre des dérivées). Le bug existe avec Leopard 10.5.2 à 10.5.8 configuré en français ou en anglais.

Le remède : Pas de solution.

Bug résolu dans Grapher 2.1, 2.2 et 2.3 (après mise à jour OS X Lion 10.7.2) à 2.5 … Génial !

Bug nr. 24 (Grapher 2.0). En 3D la création d'animation par le menu Équation > Création d'animation... > Orientation devient impossible dès lors que l'on a modifié avec l'inspecteur la courbe ou surface 3D en la compliquant (augmentation de la résolution, surface creuse, ombres etc.). De plus lorsque c'est arrivé une fois, la fenêtre utilisée est définitivement inapte à toute création d'animation. Ce bug n'existait pas avec Grapher 1.1.

Le remède : Pas de solution.

Bug résolu dans Grapher 2.1 à 2.5.

Bug nr. 25 (Grapher 2.0 à 2.5). En 3D, menu Fenêtre > Afficher les angles de vue : les quatre commandes « Par défaut », « Au-dessus », « Avant », « Gauche » et celles créées sont sans effet.

Le remède : Utiliser la souris et/ou l'entrée directe des paramètres pour obtenir tout angle de vue.

Proposition de correction : restaurer ces fonctions.

Bug nr. 26 (Grapher 2.1 à 2.5 et probablement versions antérieures). Les intégrales définies doubles en 2D ou 3D entrées directement au clavier ou par le menu Équation / Intégration donnent des résultats faux, sauf cas particuliers de fonctions constantes ou à une seule variable.

Le remède : Pas de solution autre que le calcul manuel.

Proposition de correction : restaurer ces fonctions.

Bug nr. 27 (Grapher 1.1, 2.0 à 2.5). Le menu «Création d'animation…» ouvre une fenêtre «Animation» qui donne la liste des paramètres utilisables à condition 1) qu'ils aient une définition globale, 2) qu'ils ne soient pas précédés dans la liste des équations par une ligne comportant le triangle jaune «danger», 3) qu'ils ne soient précédés dans la liste des équations par aucun groupe. **(En 3D voir aussi bug nr. 16).**

Le remède : tenir compte de ces contraintes, en particulier en plaçant, si nécessaire, en fin de la liste des équations les quatre valeurs numériques à inscrire citées dans le remède du **bug nr. 2.**

Correction proposée : inutile ?

Bug nr. 28 (Grapher 2.2 à 2.5) (ou modification délibérée). Définitions des fonctions :

— si les noms de variables sont des noms de coordonnées utilisables dans la fenêtre de travail, la fonction est considérée comme une expression de forme fixe. Exemple : si $f(x) = 3 + x^2$ on aura $f(x+1) = 3 + x^2$ et non $3 + (x+1)^2$ comme c'était le cas dans toutes les versions précédentes de Grapher et Curvus Pro X.

— si les noms de variables sont autres, la «fonction de fonction» reste en service. Exemple : si $f(t) = 3 + t^2$ on aura $f(t+1) = 3 + (t+1)^2$ et $f(x+1) = 3 + (x+1)^2$ comme c'était le cas dans toutes les versions précédentes de Grapher et Curvus Pro X.

Le remède : 1) En tenir compte dans la syntaxe des fonctions. 2) L'exemple «Periodic Functions» doit être modifié à cause des $f(x)$ et $g(x)$ qui ne fonctionnent plus dans les nouvelles fenêtres de Grapher 2.2 à 2.5. L'Aide du logiciel ne mentionne pas cette subtilité dans l'emploi des fonctions.

Proposition de correction : Supprimer cette nouveauté d'une inutilité absolue, restaurer la syntaxe des fonctions telle qu'elle était dans Grapher 2.1 : l'utilisation des fonctions se faisait alors sans aucune difficulté, il n'y avait qu'une seule sorte de fonction au lieu de deux aujourd'hui, l'Aide était compatible avec l'usage, l'exemple ci-dessus ne contredisait pas la syntaxe en service.

Bug nr. 29 (Grapher 2.2 à 2.5). En 2D, menu Équation / Intégrer et équation de graphe avec intégrale indéfinie : la courbe est en pointillé et erronée pour les valeurs négatives de la variable.

Le remède : Remplacer le nom de la variable sous le signe somme par un nom autre qu'un nom de coordonnée.

Proposition de correction : probablement causé par la modification citée dans le **bug nr. 28** ? Même proposition.

Bug nr. 30 (Grapher 2.2 à 2.5) (ou modification délibérée). Les définitions locales ne priment plus désormais sur les définitions globales.

. **Le remède :** Un paramètre, variable ou fonction qui a une définition globale ne peut plus recevoir en outre des définitions locales.

Un paramètre, variable ou fonction qui n'a pas de définition globale peut recevoir une définition locale différente dans chaque ligne d'équation.

Proposition de correction : Rétablir la coexistence possible des deux types de définitions ?

Bug nr. 31 (Grapher 2.2 à 2.5). Menu Équation > Évaluation… > entrer une valeur > après clic sur le bouton Trait ou fermeture de la fenêtre pop-up Évaluation, le cercle osculateur disparaît du graphe. Explication possible :

Le rayon du cercle est « R » et a une « définition locale » sur la même ligne que l'équation du cercle. Par ailleurs « R » dispose d'une « définition globale » dans les « Définitions intégrées », c'est la « Constante des gaz parfaits » ; le **bug nr. 30** rend les deux définitions incompatibles.

Le remède : remplacer R dans son équation par R_0 ou autre nom disponible pour paramètre.

Proposition de correction : probablement causé par la modification citée dans le **bug nr. 30** ? Même proposition.

Bug nr. 32 (Grapher 2.2 et 2.3 français, allemand, espagnol, italien mais PAS en anglais). Menu Équation > Animation de paramètre : deux icônes du bandeau ont disparu «Lecture/Pause» et «Arrêter» (voir figure haut page 18) ; le clic de souris reste opérationnel et nécessaire sur leurs emplacements.

Le remède : repérer les emplacements des icônes à l'aide de la figure page 18.

Proposition de correction : rétablir ces deux icônes.

Bug résolu avec Grapher 2.3 (dans OS X 10.8) à 2.5.

Bug nr. 33 (Grapher 2.2 et 2.3 français, allemand, espagnol, italien mais PAS en anglais). Inspecteurs des graphes et des équations différentielles : l'icône «Redessiner» (flèche circulaire) a disparu (voir figure haut page 25) ; le clic de souris reste opérationnel et nécessaire sur leurs emplacements pour la prise en compte des modifications.

Le remède : repérer les emplacements de l'icône à l'aide de la figure page 25.

Proposition de correction : rétablir cette icône.

Bug résolu avec Grapher 2.3 (dans OS X 10.8) à 2,5.

Bug nr. 34 (Grapher 2.5). En 3D, menu Équation > Animation de paramètre : la création de vidéo ne fonctionne pas.

Le remède : animation en fonction > Nouvel enregistrement de l'écran (sélection) par QuickTime Player 10.3.

Proposition de correction : rétablir la création de vidéo qui fonctionne bien en 2D..

Amélioration de l'aide de Grapher.

C'est le but de ce document qui j'espère facilitera l'utilisation de Grapher qui, malgré ses bugs reste un outil remarquable et… gratuit !

Souhaitons cependant une suppression rapide par Apple des 19 bugs restant dans Grapher 2.5 !

ANNEXES

ANNEXE 1

Ensembles de points: du tableur à Grapher

Un simple «Copier-Coller» suffit :

Disposition sur les feuilles de calculs.

— 1 coordonnée par colonne ;

— 1 point par rangée ;

— format des nombres : nombre de décimales, signe moins pour les nombres négatifs, pas de séparateur des milliers, notation scientifique autorisée ;

— la virgule décimale est imposée par OS X 10.6 à 10.9 configurés en français ;

— le nombre de colonnes peut être supérieur à celui des coordonnées, on choisira dans Grapher la colonne affectée à chacune des coordonnées ;

— ni cellule, ni rangée, ni colonne vide à l'intérieur du tableau, et uniquement des nombres ;

— sauvegarder le tableau de la feuille de calcul.

— sélectionner et **COPIER** le bloc de données (cellules) à transférer dans Grapher.

Dans Grapher :

— Ensemble de points / Modifier les points… / sélectionner et supprimer (touche Retour Arrière) les données par défaut ou périmées ;

— menu Édition / **COLLER** / OK.

On peut copier-coller les données en plusieurs tableaux successifs, il entreront les uns à la suite des autres dans l'ensemble de points. Nombre maximum de données : inconnu, on a déjà essayé plusieurs milliers de points avec succès.

De l'ensemble de points de Grapher au tableur : même procédure **COPIER-COLLER** vers un bloc de cellules sélectionnées dans la feuille de calcul.

Autres méthodes et formats de fichiers.

Avec **Grapher 2.1 à 2.5 et OS X** configurés en **français**, la **virgule décimale** est **obligatoire** dans ces fichiers.

AppleWorks 6.2.9.

— Menu Fichier > Enregistrer sous > Texte ASCII > titre, destination, ajouter l'extension « .txt » > Enregistrer.

NB. Les virgules décimales sont devenues des points.

— Ouvrir le fichier dans TextEdit > Menu Édition > Rechercher > Rechercher > Rechercher , (virgule) Remplacer par . (point) > Tout remplacer ;

— Enregistrer le fichier modifié avec l'extension «.txt ».

Excel (Microsoft Office 2004, 2008 et 2011).

— Enregistrer sous… > Texte (séparateur : tabulation) > titre, destination > Enregistrer ;

NB. On peut aussi : Enregistrer sous… > CSV > fichier .csv > puis modifier l'extension «.csv» en «.txt».

Numbers dans iWork '08 et '09 puis Numbers 3.0.

— Menu Fichier > Exporter > CSV > une des trois options > titre, destination > Enregistrer > fichier .csv > puis modifier l'extension «.csv» en «.txt».

NeoOffice 3.1.2.

— Enregistrer sous… > Texte CSV (.csv) > Enregistrer > choisir un codage, Séparateur de champ « ; », Séparateur de texte à laisser vide > OK > fichier .csv > puis modifier l'extension «.csv» en «.txt».

Formats des fichiers.

Les fichiers obtenus ainsi sont importables dans les ensembles de points de Grapher et leur format est :

MargeA1TabB1TabC1TabD1.....TabZ1Retour
MargeA2TabB2TabC2TabD2.....TabZ2Retour
etc.

ou

MargeA1;B1;C1;D1;.....;Z1Retour
MargeA2;B2;C2;D2;.....;Z2Retour

où Ai, Bi,.....,Zi sont les coordonnées du point i (une ligne par point, une colonne par coordonnée, aucun vide).

ANNEXE 2

Adaptation de la leçon 4 à Grapher 2.0

Le bug nr. 23 apparu avec la version 2.0 de Grapher fait que ce dernier ne comprend plus que les dérivées du premier ordre ; on remplace ici l'équation différentielle du deuxième ordre de la leçon 4 par une équation du premier ordre. Ce bug n'existe pas dans Curvus Pro X 1.3.2 ni dans Grapher 1.1, 2.1 à 2.5.

Modifications au texte de la leçon 4.

Page 20 « **Le problème.** », remplacer les lignes 3 à 7 par :

$$y' + \frac{y}{\tau} - \mathrm{f}\, e^{-\frac{x}{\tau}}\left(\frac{\cos\omega x}{\tau} - \omega \sin\omega x\right) = 0 \text{ avec } y = y(x) \text{ et } \mathrm{x} \in [0, \pi]$$

condition initiale pour x=0 : $y(0) = \mathrm{f}$

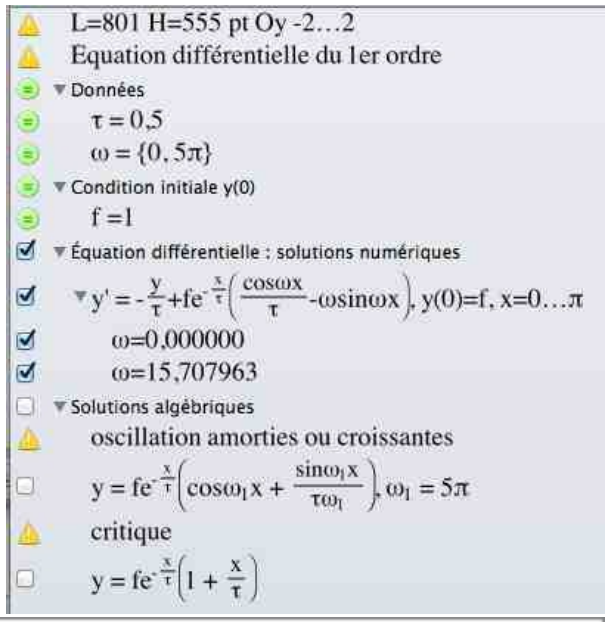
pour $\tau = 0{,}5$ et $\omega = 0$ et 5π

pour $\omega \neq 0 : y = \mathrm{f} e^{-\frac{x}{\tau}}\left(\cos\omega x + \frac{\sin\omega x}{\tau\omega}\right)$ et pour $\omega = 0 : y = \mathrm{f} e^{-\frac{x}{\tau}}\left(1 + \frac{x}{\tau}\right)$

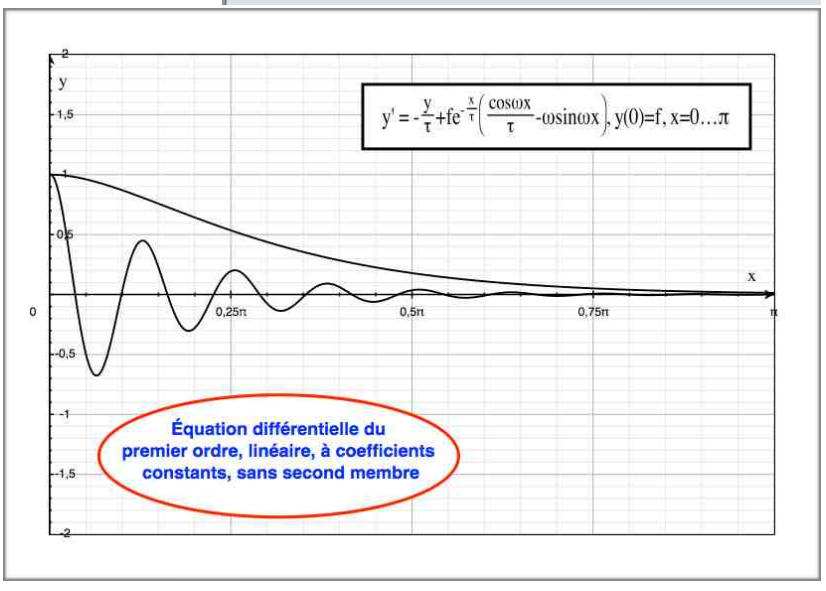
Page 24 « **Entrer les équations du problème.** », remplacer le paragraphe par :

Faites-le conformèment à la liste des équations de la figure qui comporte :

— taille du graphe et échelle Oy (**cf. bug nr. 1 & 2**) ;
— titre du document ;
— quatre groupes titrés ;
— deux lignes de commentaires supplémentaires ;
— trois équations pour les valeurs des paramètres ;
— l'équation différentielle (les deux valeurs de ω qui la suivent seront inscrites par Grapher automatiquement) ;
— deux équations classiques y = y(x).



Page 26, remplacer le graphe final par le suivant :



Pratique de la leçon 4.

Le reste du texte de cette leçon est inchangé, les courbes obtenues sont les mêmes ; vous pouvez la mettre en pratique avec profit car elle donne de nombreuses explications en plus de l'utilisation des équations différentielles.

ANNEXE 3

Calculs avec les nombres complexes

Choix de l'unité d'angle et ses limitations.

Grapher / Préférences / Avancé / Mode trigonométrique / choisir entre degré, grades, radians.

L'unité choisie est utilisée dans les fonctions trigonométriques directes ou inverses, mais pas dans la forme $\rho e^{i\alpha}$ des nombres complexes ni dans les coordonnées angulaires où les angles restent toujours en radians.

Exemples après choix de l'unité « degré » :

- θ = 30 donne une droite de coordonnée angulaire polaire 30 rad soit - 81,127°
- de même e^{30i} est un nombre complexe d'affixe (r = 1 ; θ = 30 rad)
- mais sin30 = 0,500
- et cos30 + i.sin30 est un nombre complexe d'affixe (r = 1 ; θ = 30°)

La seule solution pour entrer des angles en degrés dans les deux premiers cas est d'afficher (π/180).θ°

Menu Grapher / Préférences… /

Nombres : Partie imaginaire (i ou j) et case à cocher « à la fin » : ne concerne que l'affichage des résultats des calculs des expressions complexes constantes.

Avancé : Valeurs angulaires polaires : joue aussi sur le calcul de l'argument d'une expression complexe constante.

Calculs d'expressions complexes constantes.

Les résultats sont toujours affichés sous la forme cartésienne a ± ib, a ± bi, a ± jb ou a ± bj. Pour en calculer le module utiliser le signe « valeur absolue » de la palette d'équation ou la fonction pré-définie « abs(z) », pour l'argument la fonction « arg(z) ».

Le résultat du calcul « arg(z) » est toujours donné en radians quel que soit le choix fait dans les préférences.

Exposants : sont admis les exposants ± n , ±1/n (n entier ≥ 0) et le radical √ (racine carrée) ; les signes d'opérations suivants donnent des résultats faux avec les complexes : $\sqrt[2]{\square}$ $\sqrt[3]{\square}$ $\sqrt[n]{\square}$ Par ailleurs, dans le cas d'exposant ±1/n, Grapher ne calcule qu'une seule des n racines nièmes de l'expression complexe z.

Syntaxe des expressions complexes.

Unité imaginaire : on peut utiliser i et j indifféremment et les deux dans la même expression, à condition que ces lettres n'aient pas été définies comme nombres réels. C'est en particulier le cas du modèle d'expression d'une série où i est l'indice des termes par défaut ; dans ce cas n'utiliser que j dans les expressions complexes des termes ou remplacer i de la série par une autre lettre.

Formes cartésienne et polaire : Grapher accepte les expressions complexes sous les deux formes, cartésienne f(t) + i.g(t) et polaire $r(t).e^{i.\theta(t)}$ ou r(t).(cos(θ(t)) + i.sin(θ(t))) où t est un paramètre possible pour tracer des graphes en 2D.

Variables complexes : dans cette note sur les nombres complexes toutes les variables et fonctions citées jusqu'ici étaient réelles, soit a, b, f(t), g(t), r(t), θ(t), abs(z), arg(z) à l'exception de i, j, et z. Les constantes et variables définies dans l'éditeur d'équations sont réputées réelles par défaut ; une variable, par exemple « t » que l'on veut complexe doit être appelée « complex(t) ». Exemple :

f(t) = 1/complex(t) (définition d'une fonction de t, variable complexe)

$x+iy = f(e^{-it})$, t = 0…π/2 (quart de cercle de rayon 1 dans le premier quadrant des axes)

Si on s'était contenté de définir la fonction par f(t) = 1/t seule la partie réelle de l'expression complexe x+iy soit 1/cos(-t) apparaîtrait sur le graphe, une demi-droite sur l'axe Ox de x = +1 à + ∞

Représentation graphique dans le plan complexe (Ox axe réel, Oy axe imaginaire) : la syntaxe doit être

x + iy = f(t), t = t1…t2 (ou autre nom de paramètre, ou x + jy au lieu de x + iy)

la forme paramétrique est possible : $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{Re}\left(f\left(e^{-it}\right)\right) \\ \mathrm{Im}\left(f\left(e^{-it}\right)\right) \end{bmatrix}, \; t = 0\ldots\frac{\pi}{2}$ (quart de cercle vu ci-dessus)

ou encore pour l'expression complexe z(t) : $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{abs}(z(t)) \\ \arg(z(t)) \end{bmatrix}$, $t = t_1 \ldots t_2$

Syntaxe d'une série complexe (exemple) :

$$\begin{bmatrix} r_{k+1} \\ \theta_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{abs}\left(\sum_{l=0}^{k+1} \frac{(i\pi)^l}{l!}\right) \\ \arg\left(\sum_{l=0}^{k+1} \frac{(i\pi)^l}{l!}\right) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} r_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{abs}\left(\frac{(i\pi)^0}{0!}\right) \\ \arg\left(\frac{(i\pi)^0}{0!}\right) \end{bmatrix}, \quad k=0 \ldots 10$$

Utilisation des fonctions pré-définies.

Accessibles par le menu Aide / Afficher les définitions intégrées. Le « Mode d'emploi de Grapher » en donne la liste page 53 en fin du chapitre «Utiliser l'éditeur d'équations» en indiquant pour chaque fonction si l'argument doit être réel ou peut être complexe.

Fonctions hyperboliques : elles n'admettent que des arguments réels. Mais il est très facile de « construire » une version pour argument complexe, par exemple :

$$\mathrm{mycosh}(x) = \frac{e^{\mathrm{complex}(x)} + e^{-\mathrm{complex}(x)}}{2}$$

puis tracer la courbe y = mycosh(ix) égale à y = cos(x)

Logarithme complexe : la fonction logarithme népérien « ln(x) » admet un argument complexe ; exemples :
réel : ln(2) = 0,693147 ; complexe : $\ln(2e^{i\pi}) = 0{,}693147 + i.\pi$ Ce n'est pas le cas du logarithme décimal log(x) :
réel : log(2) = 0,301030 mais **attention à l'anomalie : $\log(2e^{i\pi}) = 0{,}693147 + i.\pi$** comme pour $\ln(2e^{i\pi})$.

Exemple de calcul d'un gain en dB à partir du gain complexe A(f) en fonction de la fréquence f du signal :

$$A(f) = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}} \quad \text{et en dB : } 20\log(\mathrm{abs}(A(x))) \quad \text{ou} \quad 20\frac{\ln(\mathrm{abs}(A(x)))}{\ln 10} \quad \text{ou} \quad 20\frac{\mathrm{Re}(\ln(A(x)))}{\ln 10}$$

Options du menu « Équation » pour des courbes x + iy = f(t).

« Dériver » et « Intégrer » : ne sont pas en service ;
« Recherche de racine » : n'est en général pas possible ;
« Intégration » : donne en général des résultats faux ;
« Évaluation » : opérationnel et correct en général ;
« Recherche d'intersection » entre deux courbes :

- fonctionne pour les couples d'équations x+iy=f(t) et y=g(x), x+iy=f(t) et x=g(y), paire paramétrique x=f(t) y=g(t) et y=h(x) ou x=h(y) ;
- refusée pour des couples composés d'une équation x+iy=f(t) avec la seconde du même type ou implicite ou paire paramétrique, et de deux paires paramétriques.

ANNEXE 4

Expressions indicées

Recherche d'expressions indicées dans Grapher.

• Coefficients des polynômes de régression a_1 à a_n : ne peuvent pas être utilisés ailleurs ;

• Dans l'équation définissant une suite, il y a un indice (i par défaut) appliqué aux 2 ou 3 coordonnées ; en 2D une suite trace des points sur le graphe : les éléments indicés de la suite ne sont pas utilisables ailleurs ;

• Dans les matrices (maximum 3x3) : extraire un élémént a_{1j} est possible mais pas simple (voir Annexe 9 pages 82-83) ;

• Dans les ensembles de points : mais pas d'indice accessible, on ne peut en extraire ni élément, ni ligne, ni colonne ;

• Dans les opérations définies par les signes ∑ et ∏ : pas de possibilité de citer un élément ou facteur.

Grapher n'ayant pas beaucoup de capacités dans ce domaine, il reste à trouver des astuces…

Cas de coefficients (ou expressions) fonction de l'indice.

Voici un exemple avec 2 coefficients :

a(i) = 0,5i - 2	coefficient fonction de i
b(i) = -3i + 1	coefficient fonction de i
f(i) = a(i).x + b(i)	fonction de l'indice i
y = f(0)	courbe à tracer : droite y = -2x +1
y = f(2)	courbe à tracer : droite y = -x - 5
etc.	

Chaque coefficient (ou expression) est fonction d'un indice particulier.

Voici un exemple avec 3 coefficients :

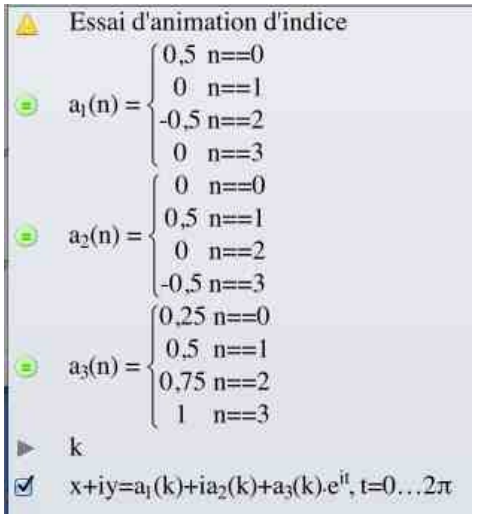
a(i) = 0,5i - 2	coefficient fonction de i
b(j) = -3j + 1	coefficient fonction de j
c(k) = k	coefficient fonction de k
f(i,j,k) = a(i).x + b(j) + c(k)	fonction des l'indices i, j et k
y = f(0, 0, 0)	courbe à tracer : droite y = -2x +1
y = f(2, 1, 2)	courbe à tracer : droite y = -x
etc.	

Les coefficients (ou expressions) ne sont pas sous forme de fonctions d'indices.

Voici un exemple avec 3 coefficients et 4 valeurs de l'indice, qui représentent 4 cercles de 4 centres et rayons, animés par l'indice k entier variant de 0 à 3 :

Le procédé permet un nombre quelconque d'expressions indicées et de valeurs de l'indice, mais au prix de nombreuses lignes d'écriture…

Avec peu d'expressions et valeurs d'indice, il est plus rapide d'écrire directement les équations finales sans indice.



Cas particulier : utilisation de matrices 2x1 ou 3x1 (vecteurs).

Pour obtenir une expression linéaire des coefficients (ou fonctions) indicées de la forme :

$y = a_i.f(x) + b_i.g(x) + c_i.h(x)$

on peut utiliser l'écriture plus condensée en deux équations ci-contre :

Elle n'utilise pas vraiment les indices, est limitée à 3 coefficients (ou expressions) « indicées », mais se montre très économe en signes.

$$A = \left\{ \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{bmatrix}, \text{etc.} \right\}$$

$$y = A^T \begin{bmatrix} f(x) \\ g(x) \\ h(x) \end{bmatrix}$$

équivalent à ces équations :

$y = a_0 f(x) + b_0 g(x) + c_0 h(x)$

$y = a_1 f(x) + b_1 g(x) + c_1 h(x)$

$y = a_2 f(x) + b_2 g(x) + c_2 h(x)$

etc.

ANNEXE 5

Matrices et déterminants : solutions d'équations linéaires.

Matrices et déterminants

▼ Données communes

équation à retrouver (coefficients a, b, c) :

$y = 0{,}5x^2 + 0{,}25x - 2$

points utilisés :

$x+iy = -2 - 0{,}5i = -2{,}000000 - 0{,}500000i$

$x+iy = 1 - 1{,}25i = 1{,}000000 - 1{,}250000i$

$x+iy = 3 + 3{,}25i = 3{,}000000 + 3{,}250000i$

matrice de calcul des coefficients :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

La taille des matrices et déterminants étant limitée à 3 x 3, le système linéaire à résoudre est limité à trois équations à trois inconnues.

▼ Calculs avec les matrices

matrice des coefficients à retrouver :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}25 \\ -2 \end{bmatrix}$$

matrice des valeurs de y :

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}25 \\ 3{,}25 \end{bmatrix}$$

vérification du calcul des valeurs de y :

$A_4 = A \cdot A_1$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -0{,}500000 \\ -1{,}250000 \\ 3{,}250000 \end{bmatrix}$$

calcul des coefficients à partir des (x ; y) :

$$A_2 = \left(\frac{1}{|\det(A)|} \cdot A^{-1} \right) \cdot A_3$$

matrice des 3 coefficients retrouvés :

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0{,}500000 \\ 0{,}250000 \\ -2{,}000000 \end{bmatrix}$$

▼ Calcul avec les déterminants (méthode de Cramer)

écriture des 3 autres matrices :

$$A_a = \begin{bmatrix} -0{,}5 & -2 & 1 \\ -1{,}25 & 1 & 1 \\ 3{,}25 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_b = \begin{bmatrix} 4 & -0{,}5 & 1 \\ 1 & -1{,}25 & 1 \\ 9 & 3{,}25 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -0{,}5 \\ 1 & 1 & -1{,}25 \\ 9 & 3 & 3{,}25 \end{bmatrix}$$

calcul des coefficients (méthode de Cramer) :

$$a = \frac{(\det(A_a))}{(\det(A))}$$

$$b = \frac{(\det(A_b))}{(\det(A))}$$

$$c = \frac{(\det(A_c))}{(\det(A))}$$

présentation des résultats :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}500000 \\ 0{,}250000 \\ -2{,}000000 \end{bmatrix}$$

ANNEXE 6

Syntaxe des expressions : compléments

Préférences : choix de l'unité d'angle et ses limitations.

Grapher / Préférences / Avancé / Mode trigonométrique / choisir entre degré, grades, radians.

L'unité choisie est utilisée dans les fonctions trigonométriques directes ou inverses, mais pas dans la forme $\rho e^{i\alpha}$ des nombres complexes ni dans les coordonnées angulaires où les angles restent toujours en radians.

Exemples après choix de l'unité « degré » :

- $\theta = 30$ donne une droite de coordonnée angulaire polaire 30 rad soit - 81,127°
- de même e^{30i} est un nombre complexe d'affixe (r = 1 ; θ = 30 rad)
- mais sin30 = 0,500
- et cos30 + i.sin30 est un nombre complexe d'affixe (r = 1 ; θ = 30°)

La seule solution pour entrer des angles en degrés dans les deux premiers cas est d'afficher $(\pi/180).\theta°$

Palette d'équation : menu Fenêtre / Afficher la palette d'équation.

Case à cocher « Utiliser les raccourcis lors de la frappe ».

En plus de l'action sur les lettres grecques (cf. paragraphe au centre de la page 50), remplace, lorsque la case est cochée, le signe astérisque « * » (multiplication) par un simple point « . » dans les expressions.

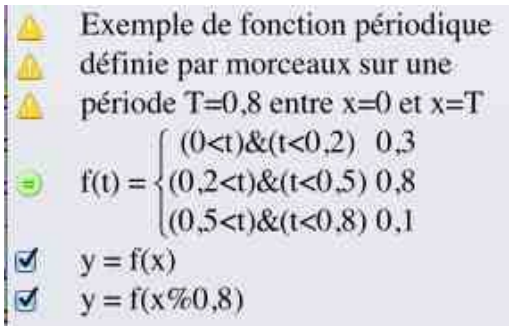
Palette d'équation / Opérateurs / Coefficient binomial.

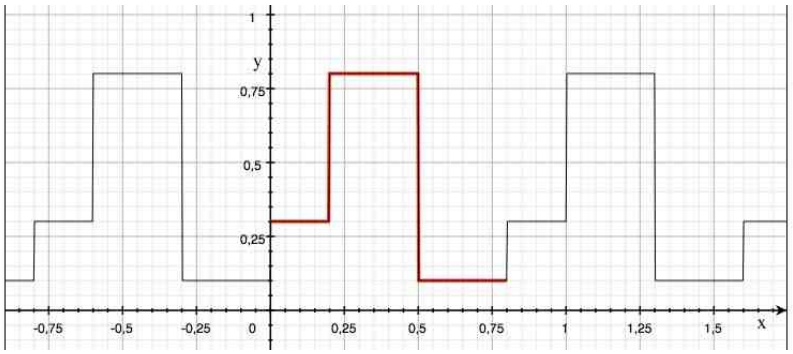
Le dernier opérateur $\begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$ calcule les coefficients binomiaux $\begin{pmatrix} m \\ p \end{pmatrix} = C_m^p$

Expressions : opérateur modulo.

Dans l'exemple de la condition : n % d == r_c on peut se rappeler l'opérateur « test d'égalité » eq(a, b) qui s'écrit aussi « == » dans Mathlab ou Python ; la différence est que dans ces derniers logiciels la formule « retourne » 1 (vrai) ou 0 (faux) ; ce retour n'existe pas dans Grapher sous forme explicite, par contre utilisé comme condition dans une équation (e.g. fonctions définies par morceaux) de type quelconque (sous réserve n entier), la « réponse » vrai/faux joue son rôle.

Expressions : fonction périodique définie par morceaux (exemple).





Expressions : syntaxe des intégrales.

Nota : La variable d'intégration ne doit jamais être un nom de coordonnée.

Grapher admet diverses expressions contenant le signe somme :

- expressions constantes à calculer : $\int_{t_{min}}^{t_{max}} dt\, f(t)$; $\int_{t_{min}}^{t_{max}} f(t)$; $\int_{a}^{b} f(t)$; ex. : $\int_{t=0}^{\infty} e^{-t}$ ou autre paramètre ou x

- fonctions avec graphe à tracer (tous systèmes de coordonnées) :

$$y = \int_{f(x)}^{g(x)} dt\, h(t) \;;\; y = \int_{f(x)}^{g(x)} du\, h(u) \;;\; y = \int_{x_0}^{x} dt\, f(t) \;;\; y = \int_{|}^{g(x)} dt\, h(t) \;;\; y = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{t=0}^{x} e^{-t^2}$$

ne pas oublier l'espace entre dt et la fonction. **Voir aussi bugs nr. 26, 28 et 29.**

Expressions : syntaxe des dérivées.

Format n° 1 : f' , f'' et f''' (mais pas f'''') :

Ce format, limité à la dérivée troisième, permet les fonctions, le calcul numérique, les graphes. Exemples :

f(t) = E(t)	(définition d'une fonction de la variable t avec l'expression E(t))
g(t) = f'''(t)	(définition de la fonction dérivée troisième de f(t))
a = 3,5	(définition d'une constante)
g(a)	(calcul numérique de f'''(t) pour t = a)
y = f'''(x) ou y = g(x)	(graphe de la dérivée troisième de f(x))

Format n° 2 : $\frac{d^n}{dt^n}$ ou $\frac{\partial^n}{\partial t^n}$

Ce format a des possibilités différentes du précédent :

- aucune définition de fonction n'est possible du type $g(t)=\frac{d^n}{dt^n}f(t)$ ni $g(x)=\frac{\partial^k}{\partial x^k}f(x)$
- avec l'ordre n de la dérivée sous forme littérale, on peut tracer les graphes :

  n = {0, 1, 2, 3} (définition de la constante n)

  $y=\frac{d^n}{dx^n}f(x)$ **limité à la dérivée troisième : n ≤ 3**
- avec l'ordre de la dérivée sous forme numérique, on peut tracer les graphes :

$y=\frac{d}{dx}f(x)$, $y=\frac{d^2}{dx^2}f(x)$, $y=\frac{d^3}{dx^3}f(x)$ … $y=\frac{d^6}{dx^6}f(x)$ … avec $f(x)=\frac{x^7}{2520}$ par exemple

Application : série de Taylor de ln(x) centrée sur a limitée aux 4 premiers termes.

$$a=1$$
$$f(t)=\ln(t)$$
$$y=f(a)+f'(a).\frac{x-a}{1!}+f''(a).\frac{(x-a)^2}{2!}+f'''(a).\frac{(x-a)^3}{3!}$$

Indéterminations dans Grapher.

- 1) $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0.\infty, \infty-\infty$: "non défini"
- 2) $0^0=\infty^0=1^\infty=1$

Surfaces de révolution obtenues par rotation d'une courbe 2D autour des axes Ox ou Oy

Surfaces of revolution obtained by rotating a 2D curve around the x- or y-axis

Équation 2D de la courbe *Curve 2D equation*		**Rotation autour de l'axe…** *Rotation around axis…*	**Équation 3D de la surface de révolution d'axe Oz** *Surface of revolution (axis Oz) 3D équation*		
explicite / implicite	**paramétrique**		**explicite / implicite**	**paramétrique cylindrique / sphérique**	**paramétrique cartésienne**
$y = f(x) \quad x \in [a\ ;\ b]$	$x = t$ $y = f(t) \quad t \in [a\ ;\ b]$	Ox	$r_0 = f(z) \quad z \in [a\ ;\ b]$	$r_0 = f(t)$ $\theta = u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = t \quad t \in [a\ ;\ b]$	$x = f(t).\cos u$ $y = f(t).\sin u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = t \quad t \in [a\ ;\ b]$
$x = f(y) \quad y \in [a\ ;\ b]$	$x = f(t)$ $y = t \quad t \in [a\ ;\ b]$	Oy	$r_0 = f(z) \quad z \in [a\ ;\ b]$		
$f(x, y) = 0$		Ox	$f(z, r_0) = 0$		
		Oy	$f(r_0, z) = 0$		
	$x = g(t)$ $y = h(t) \quad t \in [a\ ;\ b]$	Ox		$r_0 = h(t)$ $\theta = u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = g(t) \quad t \in [a\ ;\ b]$	$x = h(t).\cos u$ $y = h(t).\sin u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = g(t) \quad t \in [a\ ;\ b]$
		Oy		$r_0 = g(t)$ $\theta = u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = h(t) \quad t \in [a\ ;\ b]$	$x = g(t).\cos u$ $y = g(t).\sin u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = h(t) \quad t \in [a\ ;\ b]$
$r = f(\theta) \quad \theta \in [a\ ;\ b]$	$\theta = t \quad t \in [a\ ;\ b]$ $r = f(t)$	Ox	$r = f(\phi) \quad \phi \in [a\ ;\ b]$	$r = f(t)$ $\theta = u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $\phi = t \quad t \in [a\ ;\ b]$	$x = f(t).\sin t.\cos u$ $y = f(t).\sin t.\sin u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = f(t).\cos t \quad t \in [a\ ;\ b]$
		Oy	$r = f(\pi/2 - \phi)$ $\phi \in [\pi/2 - b\ ;\ \pi/2 - b]$	$r = f(t)$ $\theta = u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $\phi = \pi/2 - t \quad t \in [a\ ;\ b]$	$x = f(t).\cos t.\cos u$ $y = f(t).\cos t.\sin u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = f(t).\sin t \quad t \in [a\ ;\ b]$
$\theta = f(r) \quad r \in [a\ ;\ b]$	$\theta = f(t)$ $r = t \quad t \in [a\ ;\ b]$	Ox	$\phi = f(r) \quad r \in [a\ ;\ b]$	$r = t \quad t \in [a\ ;\ b]$ $\theta = u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $\phi = f(t)$	$x = t.\sin[f(t)].\cos u$ $y = t.\sin[f(t)].\sin u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = t.\cos[f(t)] \quad t \in [a\ ;\ b]$
		Oy	$\phi = \pi/2 - f(r) \quad r \in [a\ ;\ b]$	$r = t \quad t \in [a\ ;\ b]$ $\theta = u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $\phi = \pi/2 - f(t)$	$x = t.\cos[f(t)].\cos u$ $y = t.\cos[f(t)].\sin u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = t.\sin[f(t)] \quad t \in [a\ ;\ b]$
$f(r, \theta) = 0$		Ox	$f(r, \phi) = 0$		
		Oy	$f(r, \pi/2 - \phi) = 0$		
	$r = g(t)$ $\theta = h(t) \quad t \in [a\ ;\ b]$	Ox		$r = g(t) \quad t \in [a\ ;\ b]$ $\theta = u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $\phi = h(t)$	$x = g(t).\sin[h(t)].\cos u$ $y = g(t).\sin[h(t)].\sin u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = g(t).\cos[h(t)] \quad t \in [a\ ;\ b]$
		Oy		$r = g(t) \quad t \in [a\ ;\ b]$ $\theta = u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $\phi = \pi/2 - h(t)$	$x = g(t).\cos[h(t)].\cos u$ $y = g(t).\cos[h(t)].\sin u \quad u \in [0\ ;\ 2\pi]$ $z = g(t).\sin[h(t)] \quad t \in [a\ ;\ b]$
Si f( ) est une fonction définie par morceaux *If f( ) is a piecewise defined function*		Ox / Oy	La surface construite par morceaux juxtaposés est en général mieux représentée *The surface built with several juxtaposed pieces usually show a better graph*		

ANNEXE 8

Conversion des fichiers Curvus Pro X (.cpx) en Grapher (.gcx)

Opération 1.

Changer l'extension « **.cpx** » en « **.gcx** » ;
Ouvrir le fichier dans Grapher.

Suite des opérations pour les graphes 2D.

- Vérifier que les noms de coordonnées dans les équations sont les mêmes que ceux imposés par Grapher ;
- Agrandir la fenêtre à droite pour faire apparaître le bord gauche du graphe ;
- Redonner à la zone des équations une dimension normale ;
- Menu Format > Disposition > Taille : entrer les dimensions L et H (d'origine si possible) du graphe (à faire deux fois) ;
- Menu Présentation > Limites du cadre : entrer les valeurs minimum et maximum des ordonnées (voir bug nr. 2) ;
- Noter ces valeurs L, H, ymin et ymax dans une fausse equation en tête de la liste des équations (voir bug nr. 27) ;
- Enregistrer le fichier modifié.

Nota. 1) Il arrive que les courbes de certaines équations ne s'affichent pas après la modification d'extension, l'enregistrement du fichier restauré résout ce problème.

2) Si les noms de coordonnées ne sont pas ceux imposés par Grapher, il faudra ré-écrire les équations, autrement dit recommencer dans une nouvelle fenêtre de Grapher tout le travail fait dans Curvus Pro X…

3) Attention aux bugs nr. 6.1 et 23 si vous utilisez les versions 1.1 et 2.0 de Grapher, ils peuvent rendre impossible la conversion des fichiers.

Suite des opérations pour les graphes 3D.

- Vérifier que les noms de coordonnées dans les équations sont les mêmes que ceux imposés par Grapher ;
- Agrandir la fenêtre à droite pour faire apparaître le bord gauche du graphe ;
- Redonner à la zone des équations une dimension normale ;
- Enregistrer le fichier modifié.

Nota. 1) Si les noms de coordonnées ne sont pas ceux imposés par Grapher, il faudra ré-écrire les équations, autrement dit recommencer dans une nouvelle fenêtre de Grapher tout le travail fait dans Curvus Pro X…

2) Attention aux bugs nr. 6.2 et 23 si vous utilisez les versions 1.1 et 2.0 de Grapher, ils peuvent rendre impossible la conversion des fichiers**.**

ANNEXE 9

Les matrices dans Grapher

Définitions.

- **nxp** : dimensions de la matrice ; exemples :
- **n :** nombre de lignes ;
- **p :** nombre de colonnes ;
- **i :** numéro de ligne ;
- **j :** numéro de colonne ;
- **si n = p :** matrice carrée d'ordre n ;
- **si n = 1 :** matrice ligne ;
- **si p = 1 :** matrice colonne ;
- **a_{ij} :** élément (ou terme, coefficient, entrée) de la matrice ;
- **rangée :** ligne ou colonne.

$$A = A_{2x3} = \left(a_{ij}\right)_{2x3} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

$$\text{matrice nulle (ou zéro) : } 0_{2\times3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{matrice identité (ou unité) : } I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{matrice diagonale : } B_3 = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix}$$

- les matrices identité et diagonales d'ordre n sont des matrices carrées d'ordre n.

- **Matrices possibles dans Grapher :**
  2x1 2x2 3x1 3x3
  1x2 aprés transposition de 2x1
  1x3 après transposition de 3x1
  Elles sont définies dans l'ensemble ℂ des complexes.

- **Déterminant d'une matrice carrée :**

$$\text{si } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad \det(A) = |A| = \Delta^A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$\text{si } B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \quad \det(B) = |B| = \Delta^B = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} = \begin{cases} +b_{11}b_{22}b_{33} - b_{11}b_{23}b_{32} \\ +b_{12}b_{23}b_{31} - b_{12}b_{21}b_{33} \\ +b_{13}b_{21}b_{32} - b_{13}b_{22}b_{31} \end{cases}$$

Addition de matrices de mêmes dimensions.

- **Addition de deux matrices :** $A_{n\times p} + B_{n\times p} = \left(a_{ij} + b_{ij}\right)_{n\times p} \qquad A + B = B + A$
- **Matrice opposée :** $-A_{n\times p} = \left(-a_{ij}\right)_{n\times p} \qquad A_{n\times p} + \left(-A_{n\times p}\right) = \left(-A_{n\times p}\right) + A_{n\times p} = 0_{n\times p}$

Multiplication par un scalaire α ou β (complexe).

$$\alpha \cdot A_{n\times p} = \left(\alpha \cdot a_{ij}\right)_{n\times p} \; ; \; \alpha \cdot (A + B) = \alpha \cdot A + \alpha \cdot B \; ; \; (\alpha + \beta) \cdot A = \alpha \cdot A + \beta \cdot A \; ; \; \alpha \cdot (\beta \cdot A) = (\alpha \cdot \beta) \cdot A$$

Transposition de matrice.

Transposer une matrice, c'est permuter les lignes avec les colonnes.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \quad B^T = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{21} \end{pmatrix} \quad C^T=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{21} \end{pmatrix} \quad D=\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \end{pmatrix} \quad D^T=\begin{pmatrix} d_{11} \\ c_{12} \end{pmatrix}$$

$$\left(A^T\right)^T = A$$

$$\left(\alpha \cdot A^T\right)^T = \alpha \cdot A^T$$

$$E=\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{21} \\ e_{31} \end{pmatrix} \quad E^T=\begin{pmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{31} \end{pmatrix} \quad F=\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \end{pmatrix} \quad F^T=\begin{pmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \end{pmatrix}$$

$$\left(A+B\right)^T = A^T + B^T$$

$$\left(A \times B\right)^T = B^T \times A^T$$

A est symétrique si $A^T = A$, antisymétrique si $A^T = -A$

Multiplication de matrices.

• **matrice (n x p) X matrice (p x q) = matrice (n x q)** d'où les seuls cas possibles dans Grapher **:**

matrice (2 x 2) X matrice (2 x 2) = matrice (2 x 2)
matrice (2 x 2) X matrice (2 x 1) = matrice (2 x 1)
matrice (1 x 2) X matrice (2 x 2) = matrice (1 x 2)
matrice (3 x 3) X matrice (3 x 3) = matrice (3 x 3)
matrice (3 x 3) X matrice (3 x 1) = matrice (3 x 1)
matrice (1 x 3) X matrice (3 x 3) = matrice (1 x 3)
matrice (1 x 2) X matrice (2 x 1) = matrice (1 x 1)
matrice (2 x 1) X matrice (1 x 2) = matrice (2 x 2)
matrice (1 x 3) X matrice (3 x 1) = matrice (1 x 1)
matrice (3 x 1) X matrice (1 x 3) = matrice (3 x 3)
matrice (2 x 1) X matrice (1 x 3) = matrice (2 x 3)
matrice (3 x 1) X matrice (1 x 2) = matrice (3 x 2)

A x B ≠ B x A en général
le produit de matrices
est non-commutatif.

• **Formule générale :** $C_{n\times q} = A_{n\times p} \times B_{p\times q} = \left(c_{ij}\right)_{n\times q}$ avec $c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} b_{kj}$ pour tout i de 1 à n, pour tout j de 1 à q

• **Cas possibles dans Grapher :**

$$C_{2\times 2} = A_{2\times 2} \times B_{2\times 2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

$$C_{2\times 1} = A_{2\times 2} \times B_{2\times 1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} \end{pmatrix}$$

$$C_{1\times 2} = A_{1\times 2} \times B_{2\times 2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \end{pmatrix}$$

$$\left\{ C_{3\times 3} = A_{3\times 3} \times B_{3\times 3} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \right.$$

$$\left. = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} + a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33} \end{pmatrix} \right.$$

$$C_{3\times1} = A_{3\times3} \times B_{3\times1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} C_{1\times3} = A_{1\times3} \times B_{3\times3} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$C_{1\times1} = A_{1\times2} \times B_{2\times1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{pmatrix} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21}$$

$$C_{2\times2} = A_{2\times1} \times B_{1\times2} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} \end{pmatrix}$$

$$C_{1\times1} = A_{1\times3} \times B_{3\times1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{pmatrix} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31}$$

$$C_{3\times3} = A_{3\times1} \times B_{1\times3} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{11}b_{13} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{21}b_{13} \\ a_{31}b_{11} & a_{31}b_{12} & a_{31}b_{13} \end{pmatrix}$$

$$C_{2\times3} = A_{2\times1} \times B_{1\times3} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{11}b_{13} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{21}b_{13} \end{pmatrix}$$

$$C_{3\times2} = A_{3\times1} \times B_{1\times2} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} \\ a_{31}b_{11} & a_{31}b_{12} \end{pmatrix}$$

Puissance d'une matrice carrée d'ordre n.

$$A_n^K = A \times A \times A \times \ldots \times A \quad (\text{K fois A}) \quad \text{avec par convention} \quad A_n^0 = I_n$$

$$A_n^K \times A_n^{K'} = A_n^{K+K'} \quad \left(A_n^K\right)^{K'} = A_n^{K\times K'} \quad \left(\alpha \cdot A_n^K\right) = \alpha^K \cdot A_n^K \quad \text{avec} \quad K \in N$$

Inversion d'une matrice carrée régulière d'ordre n.

- **Définitions.**

Une matrice carrée A est régulière si $\det(A) \neq 0$, singulière si $\det(A) = 0$

matrice inverse de A_n régulière : A_n^{-1} telle que $A_n^{-1} \times A_n = A_n \times A_n^{-1} = I_n$

$$\left(A^{-1}\right)^{-1} = A \quad (A \times B)^{-1} = B^{-1} \times A^{-1} \quad \left(A^T\right)^{-1} = \left(A^{-1}\right)^T \quad \det\left(A^{-1}\right) = \frac{1}{\det(A)}$$

• Cas possibles dans Grapher.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \quad B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} \begin{pmatrix} b_{22}b_{33} - b_{23}b_{32} & b_{13}b_{32} - b_{12}b_{33} & b_{12}b_{23} - b_{13}b_{22} \\ b_{23}b_{31} - b_{21}b_{33} & b_{11}b_{33} - b_{13}b_{31} & b_{13}b_{21} - b_{11}b_{23} \\ b_{21}b_{32} - b_{22}b_{31} & b_{12}b_{31} - b_{11}b_{32} & b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} \end{pmatrix}$$

Expressions des éléments en fonction de leur matrice.

Dans Grapher les matrices constantes s'affichent avec leurs éléments qui sont donc lisibles ; le calcul matriciel est possible avec les matrices variables mais leurs éléments ne sont pas visibles ; dans les deux cas il n'est pas possible de sélectionner un élément pour le copier et le glisser dans une équation. Les expressions ci-dessous permettront leur utilisation.

• Cas d'une matrice 2x2.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad N_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} a_{11} = N_1^T A N_1 & a_{12} = N_1^T A N_2 \\ a_{21} = N_2^T A N_1 & a_{22} = N_2^T A N_2 \end{matrix}$$

• Cas d'une matrice 3x3.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, N_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, N_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, N_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_{11} = N_1^T A N_1 & a_{12} = N_1^T A N_2 & a_{13} = N_1^T A N_3 \\ a_{21} = N_2^T A N_1 & a_{22} = N_2^T A N_2 & a_{23} = N_2^T A N_3 \\ a_{31} = N_3^T A N_1 & a_{32} = N_3^T A N_2 & a_{33} = N_3^T A N_3 \end{matrix}$$

• Cas d'une matrice 3x1.

$$A_{3\times1} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix} \quad N_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} a_{11} = N_1^T A \\ a_{21} = N_2^T A \\ a_{31} = N_3^T A \end{matrix}$$

• Cas d'une matrice 2x1.

$$A_{2\times1} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{pmatrix} \quad N_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} a_{11} = N_1^T A \\ a_{21} = N_2^T A \end{matrix}$$

• Cas d'une matrice 1x3.

$$A_{1\times3} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{pmatrix} \quad N_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} a_{11} = AN_1 \\ a_{12} = AN_2 \\ a_{13} = AN_3 \end{matrix}$$

• Cas d'une matrice 1x2.

$$A_{1\times2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \end{pmatrix} \quad N_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} a_{11} = AN_1 \\ a_{12} = AN_2 \end{matrix}$$

• **Cas d'une matrice 3x2.**

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} \quad N_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad N_3=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_4=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_5=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a_{11}=N_3^T A N_1 \quad a_{12}=N_3^T A N_2$$
$$a_{21}=N_4^T A N_1 \quad a_{22}=N_4^T A N_2$$
$$a_{31}=N_5^T A N_1 \quad a_{32}=N_5^T A N_2$$

• **Cas d'une matrice 2x3.**

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \quad N_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_3=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad N_4=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_5=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a_{11}=N_4^T A N_1 \quad a_{12}=N_4^T A N_2 \quad a_{13}=N_4^T A N_3$$
$$a_{21}=N_5^T A N_1 \quad a_{22}=N_5^T A N_2 \quad a_{23}=N_5^T A N_3$$

Syntaxe des matrices dans Grapher.

• **Création de matrices.**

— matrices 2x2, 3x3, 2x1, 3x1 : opérateurs de la palette d'équation à compléter ; les éléments peuvent être réels ou complexes, numériques ou littéraux, constants ou variables, expressions simples ou compliquées.

— matrices 1x2, 1x3 : par transposition de matrices 2x1 et 3x1 ;

— matrices 2x3, 3x2 : par produits de matrices (2x1)X(1x3) et (3x1)X(1x2) (utilisables comme exemples seulement car on ne peut pas choisir tous les éléments : 5 variables pour trouver 6 valeurs d'éléments).

• **Utilisation des éléments des matrices.**

— matrices sous forme d'opérateurs de la palette d'équations : ils sont sélectionnables et utilisables par «copier-coller».

— matrices constantes : affichage possible de la matrice avec les valeurs numériques des éléments en entrant le nom de la matrice ; les éléments sont lisibles mais non sélectionnables ; ils peuvent être exprimés en fonction de leur matrice comme indiqué plus haut puis utilisés normalement dans de nouvelle expressions.

— matrices variables résultant de calculs ou transformations : ne sont plus affichables ; pour être utilisés, les éléments doivent être exprimés en fonction de leur matrice.

• **Syntaxe.**

— évidente dans la plupart des cas : A -A A^T A+B A-B AxB A.B AB A^K αxA α.A αA ;

— déterminants (matrices carrées de dimension ≥ 1) : det(A) ;

— syntaxe de l'inversion de matrice :

- entrer A^{-1} a pour résultat I det(A) I x A^{-1} (matrice inverse x valeur absolue de son déterminant),
- pour obtenir la matrice inverse A^{-1} il faut entrer :

$$\frac{1}{|\det(A)|}A^{-1} \quad \text{ou} \quad A^{-1}\frac{1}{|\det(A)|}$$

Quelques applications.

• Changements de coordonnées 2D et 3D ;

• Rotations translations de graphes en 2D et 3D ;

• Électronique : calculs des quadripôles ; on peut utiliser les admittances et impédances complexes ainsi que toutes les matrices qui les caractérisent, et utiliser leurs éléments pour tracer des courbes de réponse.

YB 17/05/2012